

基于加权闵科夫斯基距离的超透镜相位估计法

李齐航 杨沛斌 张鹏 任伟锋 范阔

Phase estimation method of metalens based on weighted Minkowski distance

LI Qihang, YANG Peibin, ZHANG Peng, REN Weifeng, FAN Kuo

引用本文:

李齐航, 杨沛斌, 张鹏, 等. 基于加权闵科夫斯基距离的超透镜相位估计法[J]. 应用光学, 2026, 47(5): 1089–1095. DOI: 10.5768/JAO202647.0513009

LI Qihang, YANG Peibin, ZHANG Peng, et al. Phase estimation method of metalens based on weighted Minkowski distance[J]. Journal of Applied Optics, 2026, 47(5): 1089–1095. DOI: 10.5768/JAO202647.0513009

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.5768/JAO202647.0513009>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

近红外超透镜的设计与制备

Design and fabrication of near-infrared metalens

应用光学. 2021, 42(6): 1102–1106 <https://doi.org/10.5768/JAO202142.0604002>

基于弦分布与频谱分析的相位误差校正

Phase error correction based on chord distribution and spectral analysis

应用光学. 2025, 46(6): 1429–1437 <https://doi.org/10.5768/JAO202546.0603001>

环带离散化平面透镜的设计与研究

Design and study of plane lens with band discretization

应用光学. 2025, 46(2): 269–275 <https://doi.org/10.5768/JAO202546.0201005>

基于压缩纯态的量子Cramér-Rao边界相位估计

Phase estimation at quantum Cramér-Rao bound based on squeezed pure state

应用光学. 2025, 46(6): 1278–1283 <https://doi.org/10.5768/JAO202546.0612009>

基于方向图变换的快速不连续相位展开

Fast discontinuous phase unwrapping based on orientation diagram transformation

应用光学. 2021, 42(4): 678–684 <https://doi.org/10.5768/JAO202142.0402007>

用于绝对相位恢复的鲁棒相位编码方法

Robust phase-coding method for absolute phase retrieval

应用光学. 2024, 45(5): 966–974 <https://doi.org/10.5768/JAO202445.0502004>



关注微信公众号，获得更多资讯信息

文章编号: 1002-2082 (2026) 05-1089-07

引用格式: 李齐航, 杨沛斌, 张鹏, 等. 基于加权闵科夫斯基距离的超透镜相位估计法 [J]. 应用光学, 2026, 47(5): 1089-1095.

LI Qihang, YANG Peibin, ZHANG Peng, et al. Phase estimation method of metalens based on weighted Minkowski distance[J]. Journal of Applied Optics, 2026, 47(5): 1089-1095.



在线阅读

基于加权闵科夫斯基距离的超透镜相位估计法

李齐航¹, 杨沛斌², 张 鹏¹, 任伟锋¹, 范 阔¹

(1. 洛阳光电设备研究所, 河南 洛阳 471000; 2. 航空工业第一飞机设计研究院, 陕西 西安 710089)

摘 要: 超透镜可通过特殊设计的微纳结构突破传统光学系统的性能限制, 实现轻量化高分辨成像。消色差超透镜的理想相位分布和真实超原子相位分布存在偏差, 这种偏差难以定量估计。采用基于曼哈顿距离或欧氏距离的方法估计误差, 容易忽略部分频点处大误差的影响, 灵活性差。为了解决上述问题, 提出了一种基于加权闵科夫斯基距离的误差估计方法。通过建立空间维数 p 与径向位置、权重向量 w 与单频误差以及色散的关联模型, 增强了对宽带光谱特征及空间相位梯度变化的表征敏感度, 从而更有效地抑制了部分频点的相位偏差。仿真分析结果表明: 使用基于加权闵科夫斯基距离的误差估计方法设计的超构透镜, 相比其他方法聚焦效率更高, 达到 27.974%, 综合性能也优于传统相位误差估计方法的设计结果。

关键词: 超透镜; 闵科夫斯基距离; 相位误差; 聚焦效率

中图分类号: TN256; O436.1

文献标志码: A

DOI: 10.5768/JAO202647.0513009

Phase estimation method of metalens based on weighted Minkowski distance

LI Qihang¹, YANG Peibin², ZHANG Peng¹, REN Weifeng¹, FAN Kuo¹

(1. Luoyang Institute of Electro-Optical Equipment, Luoyang 471000, China; 2. The First Aircraft Institute of Aviation Industry Corporation of China, Ltd., Xi'an 710089, China)

Abstract: Metalenses can break through the performance limitations of traditional optical systems through specially designed nanostructures, enabling lightweight and high-resolution imaging. There exists a discrepancy between the ideal phase distribution of achromatic metalenses and the actual phase distribution of real meta-atoms, which is difficult to quantify. Methods based on Manhattan or Euclidean distance tend to overlook the impact of large errors at certain frequency points, resulting in poor flexibility. To address the aforementioned issues, an error estimation method based on the weighted Minkowski distance was proposed. By establishing correlation models between the spatial dimension p and radial position, the weight vector w and single-frequency error as well as dispersion, the broadband spectral features and spatial phase gradient variations were enhanced, thereby more effectively suppressing the phase deviations at certain frequency points. Simulation results show that metalenses designed with weighted Minkowski estimation method achieves a higher focusing efficiency of 27.974% and demonstrates the superior overall performance compared to designs based on conventional methods.

Key words: metalens; Minkowski distance; phase error; focusing efficiency

收稿日期: 2026-05-13; 修回日期: 2026-07-08

基金项目: 航空科学基金项目 (2019ZF013002)

第一作者: 李齐航, E-mail: 2833213295@qq.com

通信作者: 张鹏, E-mail: zhangp075@avic.com

引言

超结构成像是利用人工设计的超结构操纵光波,实现超越传统光学性能极限的成像技术。消色差超构透镜作为一种基于超结构的平面光学元件,能够通过亚波长尺度的超原子对宽带光波前进行精确调控,在单层结构内实现对不同波长的同步聚焦,从而为低温光学、光谱探测等紧凑型光学系统提供革新性的解决方案^[1-5]。近年,学术界在超透镜的设计与应用拓展方面进展显著。HUANG X Y 等利用相变材料动态调控光束特性,实现了编码超表面的光束操纵^[6];基于超振荡原理的全介质超表面成像技术亦获得突破,该技术通过精细设计亚波长结构在远场构建超振荡区域,有效突破了传统衍射极限,大幅提升了纳米尺度的成像分辨率^[7]。在任何现实情境中,为了实现宽谱设计,每个超原子提供的局域相位必须尽可能与消色差相位分布相匹配^[8,9]。因此,相位误差估计与最小化是决定超构透镜实际聚焦效率、带宽及成像质量的最关键环节之一^[10,11]。

目前,超构透镜的逆向设计与容差分析过程对超原子实际相位与目标相位间偏离程度的量化普遍依赖于经典的曼哈顿距离(L1 范数)估计法^[12,13],少部分采用欧氏距离(L2 范数)估计法^[14,15]。这些方法的计算过程相对简便,但其距离度量在应对超原子复杂相位响应特性时存在固有局限。针对上述问题,本文提出了一种基于加权闵科夫斯基距离的相位误差估计方法。通过引入波长相关时间维度向量 $\mathbf{w}$ 与空间维数 p ,该方法能灵活地在多维距离间进行广义插值,从而更精细地描述相位误差在时域和频域的统计分布特性。本研究旨在构建此加权闵科夫斯基距离相位误差估计模型,使用时域有限差分法(finite-difference time-domain, FDTD)等数值仿真计算方法,系统验证其在提升相位匹配精度、进而优化消色差超构透镜聚焦性能方面相较于传统模型的优劣势。

1 消色差超透镜基本原理

设计消色差超构透镜的本质是设计微纳结构。一种简单的方法是采用波导(传输)相位描述光通过透镜发生的相位变化,根据聚焦相位定义理想透镜的相位分布并最小化所有超构单元理想相位和真实相位的误差从而构建全透镜。

1.1 传输相位

超原子的波导相位指将超原子的作用考虑为等效折射率为 n_{eff} 的波导,光波在任何介电超原子中传播时,经历的相移取决于 n_{eff} 及其几何高度和横向尺寸^[16]。对于光从背景折射率为 n_b 的介质穿过一个高度为 H 的超原子时,它能积累的相位差 $\Delta\varphi$ 为

$$\Delta\varphi = \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right) \cdot (n_{\text{eff}} - n_b) \cdot H \quad (1)$$

式中, λ_0 为设计波长。本实验采用的调制相位为波导相位,波导相位具有偏振无关的特点。根据等效介质理论,设计过程中可在一个光栅周期内将超原子排列成梯度结构从而构建连续的相位变化轮廓,借此实现对波前的灵活调控。一般来说,在足够小的尺度量化超原子的横向尺寸就可在固定的微纳结构高度 H 下实现 $0 \sim 2\pi$ 的相位覆盖。

1.2 聚焦相位

为了使所有从超透镜表面出发的光线到达焦点时的光程相等,从而在交点处发生相长干涉,要求透镜不同位置的点为光线提供不同的相位延迟^[17]。对于多波长消色差超透镜,每个波长都有不同的相位。考虑一般的平面波前汇聚为球面波的情况,根据几何原理计算超表面每一点到焦点的空间距离,减去固定的焦距再乘以波数相关的系数即可获得沿半径方向分布的相位,则有:

$$\varphi(x, y, \lambda_i) = -\frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + f^2} - f \right) \quad (2)$$

式中: x 、 y 是透镜平面水平、竖直方向上的格点坐标; $x^2 + y^2$ 表示该平面位置到透镜中心距离的平方; λ_i 是第 i 个设计点的聚焦波长; f 是设计焦距; φ 是目标相位。在选择相位调制方法时,使用波导相位的超原子可直接选定与空间位置有关的相位进行设计,匹配式(2)计算获得理想相位。

1.3 相位误差估计

为了使传输相位和理论相位相匹配,需要对二者的误差作最小化设计。任一单元格位置的所有超原子都存在不同的误差距离,所以后续二维超构透镜平面内的超原子必须在相位误差最小化的原则之上进行设计。传统的消色差超构透镜相位误差估计方法主要包括计算曼哈顿距离或欧氏距离。利用曼哈顿距离进行相位误差估计的本质,是正交方向相位偏差的计算,欧氏距离则能表示 n 维空间的直线距离。仿真相位 φ_{sim} 和理想相位

φ_{ideal} 之间的曼哈顿距离 $d_{\text{MA}}(\varphi_{\text{sim}}, \varphi_{\text{ideal}})$ 和欧氏距离 $d_{\text{EU}}(\varphi_{\text{sim}}, \varphi_{\text{ideal}})$ 分别为

$$d_{\text{MA}}(\varphi_{\text{sim}}, \varphi_{\text{ideal}}) = \sum_{i=0}^n |\varphi_{\text{sim}}^{(i)} - \varphi_{\text{ideal}}^{(i)}| \quad (3)$$

$$d_{\text{EU}}(\varphi_{\text{sim}}, \varphi_{\text{ideal}}) = \sqrt{\sum_{i=0}^n (\varphi_{\text{sim}}^{(i)} - \varphi_{\text{ideal}}^{(i)})^2} \quad (4)$$

式中: $\varphi_{\text{sim}}^{(i)}$ 和 $\varphi_{\text{ideal}}^{(i)}$ 分别是第 i 个频率点对应的仿真相位和理想相位, 现有的误差估计基本遵循式 (3) 和式 (4) 的计算方法。因波导的耦合模数随波导结构截面面积非线性增长, 如果原子库中尺度较小的超原子占比更大, 基于欧氏距离的方法设计的消色差超透镜总体偏差就会更小。

2 基于加权闵科夫斯基距离的相位误差估计

受限于离散点消色差超透镜频点位置和数量的不确定性, 章节 1.3 中介绍的传统方法均存在固有局限。基于曼哈顿距离的误差估计对大误差敏感, 它处理稀疏数据的效果较好, 但适应不同波长微纳结构的传输相位往往随透镜径向距离的增加不稳定性越来越高, 因此不适合多频点相位梯度设计。欧氏距离对相位数据中的较大差异项更敏感, 可用于大规模微纳结构, 但同样无法有效利用空间及色散信息。针对这些问题, 为了进一步提升消色差超透镜的设计效果, 提出了基于加权闵科夫斯基距离的相位误差估计方法。

2.1 加权闵科夫斯基距离设计

闵科夫斯基距离是 n 维向量空间的 p 维距离, 计算向量误差时可写作:

$$d_{\text{MINK}}(\varphi_{\text{sim}}, \varphi_{\text{ideal}}) = \left[\sum_{i=0}^n (\varphi_{\text{sim}}^{(i)} - \varphi_{\text{ideal}}^{(i)})^p \right]^{\frac{1}{p}} \quad (5)$$

曼哈顿距离和欧氏距离都是闵科夫斯基距离的多维空间特例, 这就引入了第一个设计自由度: 空间维数。另一方面, 参考波长点不同, 传输相位本身也会随耦合波数改变发生近线性变化。因此, 额外设计每个波长的占比就等效于在时间维度设计色散。首先假设带有权重因子的误差向量, 则此时加权闵科夫斯基距离 $d_{\text{WMINK}}(\varphi_{\text{sim}}, \varphi_{\text{ideal}})$ 可定义为

$$d_{\text{WMINK}}(\varphi_{\text{sim}}, \varphi_{\text{ideal}}) = \left(\sum_{i=0}^n \mathbf{w} \odot \gamma(\lambda_i, p) \right)^{\frac{1}{p}} \quad (6)$$

式中: p 是闵科夫斯基距离的维数参数; $\mathbf{w}$ 是波长相关的权重向量; $\odot$ 是 Hadamard 乘积算符; $\gamma(\lambda_i, p)$ 是不同波长处相位的 p 维偏差, 由此可将误差函数按波长向量分配至每个频点。 $\gamma(\lambda_i, p)$ 可表示为

$$\gamma(\lambda_i, p) = (\varphi_{\text{sim}}^{(i)} - \varphi_{\text{ideal}}^{(i)})^p \quad (7)$$

式中: $\varphi_{\text{sim}}^{(i)}$ 和 $\varphi_{\text{ideal}}^{(i)}$ 分别是第 i 个频率点对应的仿真相位和理想相位。由于存在未知参数, 该方法无法直接应用于误差求解, 必须建立二者与相位库和原子库本身信息的关联模型。

2.2 空间维数设计

首先分析色散曲线, 波长较短时, 相位梯度的绝对值较大, 不同频点处的相位差随径向距离的增大而增大。这种情况下, 为了实现根据单元格的径向位置动态调整误差敏感项 p , 通过对聚焦相位函数及其导数的分析可知: 零色散点在透镜孔径中心时, p 随径向距离的增大而增大, 可减小相位梯度突变对聚焦效果的影响。于是考虑构建空间维数关于 r 的函数:

$$p(r) = p_c + (p_e - p_c) \cdot \left(\frac{r}{R} \right)^\varepsilon \quad (8)$$

式中: R 是透镜的孔径半径; p_c 和 p_e 是预设透镜中心和边缘的维数, 认为 $p_e > p_c$, 反映中心关注平均性能, 边缘关注最差情况; ε 是控制变化曲线的指数。

2.3 波长权重设计

接下来关注时间维度: 权重向量由两个因素确定, 包括不同波长的相位差和表示相位梯度的色散, 基于这两方面可构建第 i 个波长点的权重 $\mathbf{w}_i(r)$:

$$\mathbf{w}_i(r) = \alpha \cdot \frac{|\Delta\varphi_i(r)|}{\max(|\Delta\varphi|)} + \beta \cdot \frac{|\nabla\varphi_i(r)|}{\max(|\nabla\varphi|)} \quad (9)$$

式中: $\Delta\varphi_i(r) = |\varphi_{\text{sim}}^{(i)} - \varphi_{\text{ideal}}^{(i)}|$, 即该波长下的绝对相位误差; $|\nabla\varphi_i(r)|$ 表示色散强度; α 和 β 是平衡两项影响的系数, 归一化后, 使 K 个波长下 $\sum_{i=1}^K \mathbf{w}_i(r) = 1$ 。这样做可对更短的波长赋予更高的权重, 强调校正大偏差。如有必要, 也可根据设计结果优化系统参数。基于加权闵科夫斯基距离的误差估计方法流程如图 1 所示。

仿真分析过程应从 $\varphi_{\text{sim}}, \varphi_{\text{ideal}}$ 和初始设计参数开始, 对每个格点计算其空间维数和权重向量, 然后获得局部误差度量, 再根据误差结果优化设计

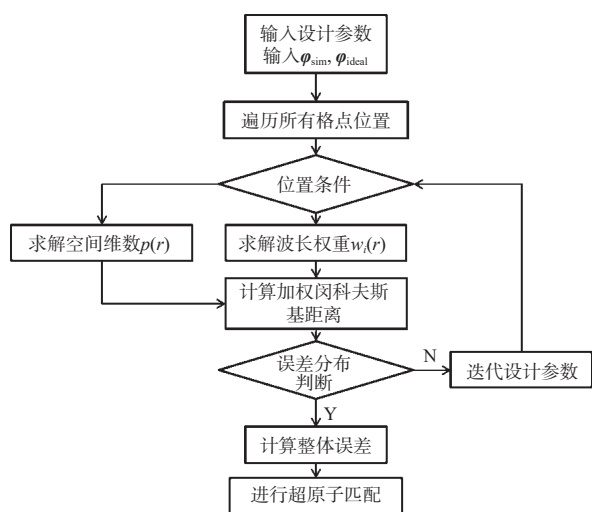


图 1 基于加权闵科夫斯基距离进行相位误差估计流程

Fig. 1 Flow chart of phase error estimation based on weighted Minkowski distance

参数。由于引入了时间和空间有关的向量,此方法相比传统方法有利于提升相位误差估计阶段系统在宽光谱范围内的成像一致性以及对实际仿真计算误差的鲁棒性。优化波长权重可有效抑制超透镜系统的固有色散,确保多波段下的能量分布趋同;另增加的误差空间维数能更全面地平衡离散点波长权重设计的效果,利用本不利于成像的多余相位误差补偿至全光谱,从而在后续设计性能更稳定的光学系统。本文设计的基于加权闵科夫斯基距离针对相位进行误差估计的方法本质是统计聚合的过程,另可与复分孔径等设计方法同时使用,从而进一步提高消色差效果。所有格点的相位整体误差结果将用于进行后续的超原子匹配过程。

3 消色差超构透镜仿真设计

为了验证所设计方法相比传统方法在大误差校正方面的优势,选择对一个焦距为 $100\ \mu\text{m}$ 、半径为 $60\ \mu\text{m}$ 、球面汇聚波前的中波红外单超透镜系统分别采用基于曼哈顿距离、欧氏距离和加权闵科夫斯基距离的误差估计方法进行设计与仿真验证。超透镜的基底材料为 Si, 超原子层材料为 Ge。本实验采用的波段为 $3.25\ \mu\text{m}\sim 4.75\ \mu\text{m}$ 宽波中波红外,并在宽谱内以步长 $100\ \text{nm}$ 划分了 16 个等距波长点 $\lambda_1\sim\lambda_{16}$ 进行独立计算。理想情况下,只要每个点的设计相位匹配目标相位且相邻的波长点相位-频率变化接近线性分布,能量就能在一个连续波段内汇聚。

3.1 超原子库设计

通过收集分析多种设计参数(高度、半径范围)变化超原子的近场仿真结果,并考虑深宽比 τ (通常认为 τ 较小的超原子柱可被稳定加工)等可加工性指标与光能覆盖能力,综合挑选了 5 种传输相位主导的 C4 旋转对称超原子组成超原子库,如图 2 所示。5 种超原子的截面形状包括圆形、环形、正方形、回字形和十字形。其中,圆形超原子的半径扫描范围为 $0.2\ \mu\text{m}\sim 0.65\ \mu\text{m}$;环形的内半径为 $0.15\ \mu\text{m}\sim 0.4\ \mu\text{m}$,外半径为 $0.2\ \mu\text{m}\sim 0.65\ \mu\text{m}$;方形的边长为 $0.4\ \mu\text{m}\sim 1.3\ \mu\text{m}$;回字形的内边长为 $0.4\ \mu\text{m}\sim 1.3\ \mu\text{m}$,外边长为 $0.4\ \mu\text{m}\sim 1.3\ \mu\text{m}$;十字形的矩形窄边为 $0.3\ \mu\text{m}\sim 0.6\ \mu\text{m}$,长边为 $0.6\ \mu\text{m}\sim 1.3\ \mu\text{m}$ 。所有超原子的高度为 $2\ \mu\text{m}$,超原子的设计参数在透镜面方向以至多两个自由度做线性变化。仿真结果表明:共计 1 000 个超原子构成的超原子库,已能够满足所有频点 $[0, 2\pi]$ 的模转换相位覆盖。

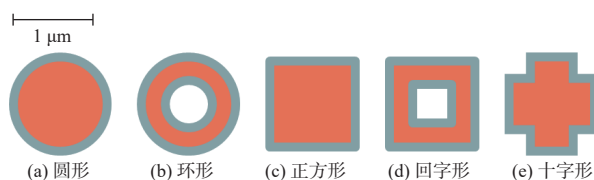


图 2 五种传输相位超原子

Fig. 2 Five types of transmission-phase meta-atom

3.2 聚焦相位设计

离散采样点色散相位设计的目标函数是若干个波长-相位向量的映射。首先使用式(2)双曲相位分布公式计算理论相位,然后利用计算机仿真超原子记录真实相位向量。对于波长 λ_1 到 λ_m ,目标向量 φ_{ideal} 和仿真向量 φ_{sim} 的重合度越高,超透镜的聚焦效果越好。

获得 φ_{sim} 和 φ_{ideal} 后,直观的设计方法是在每个单元格位置搜寻误差最小的超原子作为设计结果。不考虑非周期结构对超构透镜相位面的影响或采用复分孔径补偿色散常数的情况下,如何进行相位误差估计是拟合及于后续进行波前相位优化的关键。按不同方法编写算法,以四方晶格设计的中波红外消色差超构透镜 Lumerical 仿真示意图如图 3 所示,图 3(a)是采用曼哈顿距离的结果,图 3(b)是采用欧氏距离的结果,图 3(c)是采用加权闵科夫斯基距离的结果,3 个分图右下角的小图表示同一位置的超透镜边缘局部放大结构。实验中,按 3 种误差估计方法分别设计了 3 片统一规格的超

构透镜。其中, 透镜边缘的加权闵科夫斯基距离设计的波长权重 $w = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 3, 3, 3)$, 空间维数 $p = 2.56$ 。为确保变量控制效果, 各方法仿真设计过程的其他步骤和参数均保持相同。

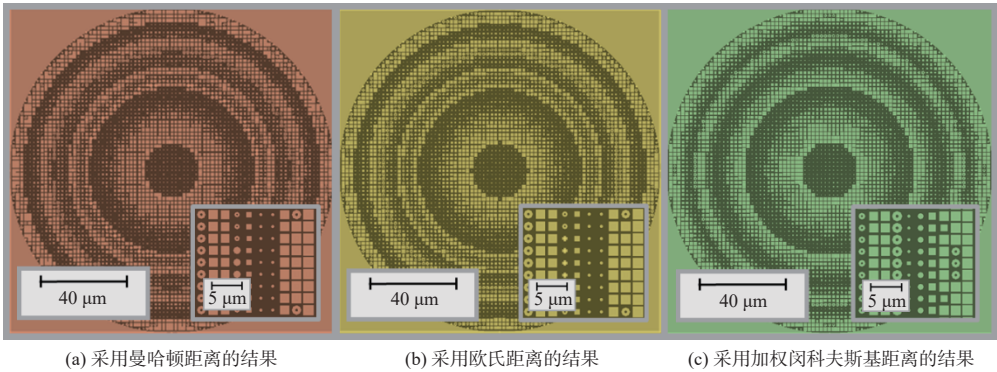


图 3 不同误差估计方法设计的超透镜仿真示意图(小图为超透镜边缘局部放大结构)

Fig. 3 Simulation diagram of metalens designed based on different error estimation methods (inset: enlarged view of edge structure of metalens)

3.3 焦面分析

为了评估不同相位误差估计方法所设计超透镜的实际聚焦位置与目标焦距的吻合度及其稳定性, 选择对多个设计频点处的最大能量轴向位置进行测量与统计。表 1 列出了 3 种方法在 16 个离散频点下得到的实际焦距值 f_{MAN} 、 f_{EUC} 和 f_{WMINK} , 计算得到其总体标准差分别为 $5.069\text{ }\mu\text{m}$ 、 $5.353\text{ }\mu\text{m}$ 和 $5.252\text{ }\mu\text{m}$ 。

表 1 三种方法设计结果在各离散波长点处的实测焦距

Table 1 Measured focal lengths at discrete wavelengths for designs obtained three different methods

$\lambda/\mu\text{m}$	$f_{\text{MAN}}/\mu\text{m}$	$f_{\text{EUC}}/\mu\text{m}$	$f_{\text{WMINK}}/\mu\text{m}$
3.25	99.1	99.2	109.5
3.35	97.6	97.7	107.5
3.45	96.4	96.4	106.0
3.55	94.8	95.2	104.8
3.65	94.0	94.1	103.2
3.75	92.9	93.2	101.6
3.85	91.6	92.0	100.0
3.95	91.6	90.7	98.4
4.05	105.9	107.7	97.2
4.15	106.3	106.8	96.4
4.25	105.1	105.9	95.2
4.35	104.4	104.8	94.1
4.45	102.8	103.6	92.8
4.55	102.0	102.3	91.2
4.65	100.7	101.6	102.4
4.75	100.3	100.8	101.5

由表 1 的焦距和总体标准差结果可以看出, 不同方法的仿真结果相比原始设计焦距均有大约

5% 的偏移。基于欧氏距离方法的实际焦距在不同频点下呈现最明显的离散分布。基于加权闵科夫斯基距离方法的实际焦距离散程度在两者之间, 是基于曼哈顿距离方法的 96.5%, 该方法设计结果的像面位置相比传统方法并无优势。分析知可能有以下原因: 其一, 超宽带的设计目标始终受有限的超原子库相位信息制约, 这些相位信息不能很好地满足较多点的相位-频率线性关系; 其二, 周期结构的超原子相位与独立仿真的超原子相位不严格相等, 这种偏差会与相位匹配误差相叠加; 其三, 超原子单元格四方晶格密铺的格点间距只在横、竖两个方向趋同, 不同的径向相位微分会直接影响聚焦位置。尽管如此, 基于加权闵科夫斯基距离的方法因围绕 w 和 p 的变化规则进行设计, 允许在误差估计阶段额外利用空间相位梯度等信息, 相比传统方法将具有更大的优化空间。

3.4 能量分析

不同相位误差估计方法所设计超透镜的聚焦效率, 能反映其实际对设计波段内能量的利用率。聚焦效率可用艾里斑第一暗环内的功率与入瞳功率之比计算, 聚焦效率越高, 超结构向系统内其他方向引入的杂散辐射就越少。图 4 为最佳焦面光强图, 图 4(a) 是采用加权闵科夫斯基距离误差估计方法设计结果的远场最佳焦面, 对最高能量波长点最大值进行归一化的光强 ($I_{\text{norm}} \propto |E|^2$) 分布图, 能流矢量在透镜中心处的方向垂直于此平面。图 4(b) 是图 4(a) 中 $y=0$ 位置处的归一化光强线剖面, 可见 $\lambda_1 \sim \lambda_{16}$ 单色光各自的汇聚效果。

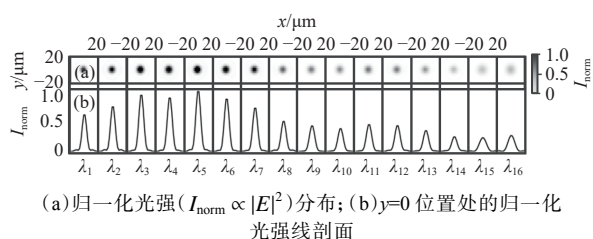


图4 最佳焦面光强图

Fig. 4 Optimal focal plane intensity diagram

由图4可知,光能在各个频点处的能量均汇聚于一点,未观察到明显的次级衍射效应,说明消色差设计结果相对稳定。图5为远场特性与聚焦效率示意图。图5(a)是加权闵科夫斯基距离误差估计方法设计结果的远场 x - z 面 $|E|^2$ 分布图,利用先前最佳焦面的光强分布数据,可计算聚焦效率。图5(b)展示了3种方法在各离散频点下得到的实际聚焦效率曲线。从中可以看出,基于加权闵科夫斯基距离方法误差估计设计结果的聚焦效率在 $3.65 \mu\text{m}$ 处远高于其他方法,达到46.6%。基于曼哈顿距离和欧氏距离的方法设计结果最低效率为 $3.95 \mu\text{m}$ 处的13.31%和14.01%,低于前者在 $4.65 \mu\text{m}$ 处的最低值17.6%。最后,计算不同设计结果,得到超构透镜的平均聚焦效率 η 分别为23.311%、26.723%和27.974%。

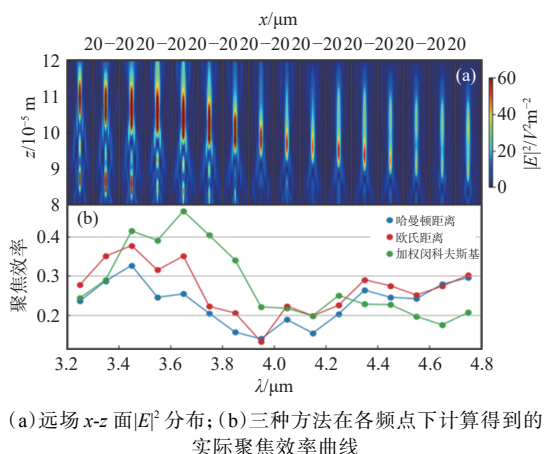


图5 远场特性与聚焦效率示意图

Fig. 5 Schematic diagram of far-field distribution and focusing efficiency

上述计算与分析结果表明:基于曼哈顿距离方法误差估计设计结果的聚焦能力最差,基于加权闵科夫斯基距离方法设计结果的聚焦效率为三者最优。为了系统定量评估各方法的设计能力,考虑利用调和平均数构建归一化的综合评分函数。设实际焦距归一化的总体标准差为 σ_{norm} ,则有:

$$\sigma_{\text{norm}} = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma} \quad (10)$$

式中: σ 是总体标准差; $\sigma_{\min}$ 是不同方法的最小总体标准差。类似地,平均聚焦效率可转化为 η_{norm} ,则有:

$$\eta_{\text{norm}} = \frac{\eta}{\eta_{\max}} \quad (11)$$

式中: η 是平均聚焦效率; $\eta_{\max}$ 是最大平均聚焦效率。此时,综合评价函数 S 为

$$S = \frac{2\sigma_{\text{norm}}\eta_{\text{norm}}}{\sigma_{\text{norm}} + \eta_{\text{norm}}} \quad (12)$$

计算得到基于曼哈顿距离方法的评价函数 $S_{\text{MAN}} = 0.909$; 基于欧氏距离方法的评价函数 $S_{\text{EUC}} = 0.951$; 基于加权闵科夫斯基距离方法的评价函数 $S_{\text{WMINK}} = 0.982$ 。除此之外,本文所提出方法的仿真时长经验证几乎与传统方法一致,并未显著额外增加资源消耗。由此可见,基于加权闵科夫斯基距离的相位估计方法综合最优。

4 结论

综上所述,本文重点研究了消色差超构透镜设计过程中基于加权闵科夫斯基距离的相位估计方法。通过建立空间维数 p 与径向位置、权重向量 $\mathbf{w}$ 与单频误差以及色散的关联模型,该方法克服了传统估计方法对大误差辨识度低,且对相位梯度不敏感的缺点,最终实现了总体相位误差进一步减小。本研究还针对每种方法分别开展了 $3.2 \mu\text{m} \sim 4.8 \mu\text{m}$ 中波宽带消色差超构透镜仿真设计。设计结果表明:基于加权闵科夫斯基距离的相位误差估计方法设计的超构透镜,相比其他方法聚焦效率最高,计算综合评价函数反映的聚焦性能最好, $S_{\text{WMINK}} = 0.982$ 。后续将进一步扩充超原子库,同时研究不同的带权重因子的误差向量参数变化规则以继续提升聚焦性能。

参考文献:

- [1] HONG Y H, WEI Z C. Diverse dispersion states achieving in phase change material metalenses[J]. *Optics Communications*, 2024, 559: 130381.
- [2] 唐剑雄, 龚岩栋, 庞恺. 二维超构表面: 超透镜应用及研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2023, 60(21): 43-57.
TANG Jianxiong, GONG Yandong, PANG Kai. Two-dimensional metasurface: application and research progress of metalenses[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*,

- 2023, 60(21): 43-57.
- [3] ZHENG Y, ZHU W Q, XIA L P, et al. Achromatic metalens in visible band based on nano double trapezoid structures[J]. *Optical Materials*, 2025, 161: 116801.
- [4] ZHU W L, DUAN F, TATSUMI K, et al. Monolithic topological honeycomb lens for achromatic focusing and imaging[J]. *Optica*, 2022, 9(1): 100-107.
- [5] 冯兴. 消色差超透镜设计原理及其应用研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2022.
- FENG Xing. Research on the design principle and applications of the achromatic metalens[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2022.
- [6] HUANG X Y, LIU Z X, LIAN Y, et al. Dynamic beam all-dielectric coding metasurface converter based on phase change materials of GST[J]. *Optics and Laser Technology*, 2023, 159: 109037.
- [7] CHENG K X, LI Z X, WU J J, et al. Super-resolution imaging based on radially polarized beam induced super-oscillation using an all-dielectric metasurface[J]. *Optics Express*, 2022, 30(2): 2780-2791.
- [8] 代雪梅. 消色差超分辨聚焦超构透镜研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2022.
- DAI Xuemei. Study on achromatic super-resolution focusing metalens[D]. Chongqing: Chongqing University, 2022.
- [9] SAWANT R, ANDREN D, MARTINS R J, et al. Aberration-corrected large-scale hybrid metalenses[J]. *Optica*, 2021, 8(11): 1405-1411.
- [10] CHEN W T, ZHU A Y, SANJEEV V, et al. A broadband achromatic metalens for focusing and imaging in the visible[J]. *Nature Nanotechnology*, 2018, 13(3): 220-226.
- [11] WANG S M, WU P C, CHU H, et al. Broadband achromatic optical metasurface devices[J]. *Nature Communications*, 2017, 8(1): 187.
- [12] 孙朋. 对基于相位分配方法设计的宽波段高效率消色差超透镜的研究[D]. 天津: 天津大学, 2021.
- SUN Peng. Studies on broadband high-efficiency achromatic metalenses designed by phase assignment[D]. Tianjin: Tianjin University, 2021.
- [13] CAI H G, CZAPLEWSKI D, OGANDO K, et al. Ultrathin transmissive metasurfaces for multi-wavelength optics in the visible[J]. *Applied Physics Letters*, 2019, 114(7): 071106.
- [14] EHSAN A, AMIR A, MAHSA K S, et al. Multi-wavelength metasurfaces through spatial multiplexing[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6(1): 32803.
- [15] FRANCESCO A, KATS M A, PATRICE G, et al. Multi-wavelength achromatic metasurfaces by dispersive phase compensation[J]. *Science*, 2015, 347(6228): 1342-1345.
- [16] YU N F, CAPASSO F. Flat optics with designer metasurfaces[J]. *Nature Materials*, 2014, 13(2): 139-150.
- [17] YU N F, GENEVET P, KATS M A, et al. Light propagation with phase discontinuities: generalized laws of reflection and refraction[J]. *Science*, 2011, 334(6054): 333-337.