

量子纠缠在量子精密测量中的应用研究进展

陈万和 许雨婷 苏欣然 张文慧 柴真

Research progress on application of quantum entanglement in quantum precision measurement

CHEN Wanhe, XU Yuting, SU Xinran, ZHANG Wenhui, CHAI Zhen

引用本文:

陈万和, 许雨婷, 苏欣然, 等. 量子纠缠在量子精密测量中的应用研究进展[J]. 应用光学, 2025, 46(6): 1189–1206. DOI: 10.5768/JAO202546.0612002

CHEN Wanhe, XU Yuting, SU Xinran, et al. Research progress on application of quantum entanglement in quantum precision measurement[J]. Journal of Applied Optics, 2025, 46(6): 1189–1206. DOI: 10.5768/JAO202546.0612002

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.5768/JAO202546.0612002>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

胶质红外量子点薄膜入射角对荧光特性的影响分析

Effect of incidence angle on fluorescence properties of colloidal infrared quantum dots thin film

应用光学. 2020, 41(5): 1082–1088 <https://doi.org/10.5768/JAO202041.0506003>

基于周期极化晶体MgO:PPLN的纠缠光子对制备过程的研究

Study on preparation process of entangled photon pairs based on periodically polarized crystal MgO:PPLN

应用光学. 2023, 44(1): 182–187 <https://doi.org/10.5768/JAO202344.0105001>

基于莫尔条纹的全周转角精密测量方法

Precision measurement method of full-cycle torsion angle based on Moiré fringe

应用光学. 2024, 45(3): 644–651 <https://doi.org/10.5768/JAO202445.0303002>

基于QCL-TDLAS的NH₃浓度测量仿真研究

Simulation study of NH₃ concentration measurement based on QCL-TDLAS

应用光学. 2020, 41(6): 1255–1261 <https://doi.org/10.5768/JAO202041.0603006>

精密红外辐射计测量模块研究

Research on measurement module of precision infrared radiometer

应用光学. 2022, 43(4): 738–743 <https://doi.org/10.5768/JAO202243.0404004>

数字散斑干涉三维变形测量技术研究进展

Three-dimensional deformation measurement based on digital speckle pattern interferometry

应用光学. 2020, 41(4): 681–689 <https://doi.org/10.5768/JAO202041.0409005>



关注微信公众号，获得更多资讯信息

文章编号: 1002-2082 (2025) 06-1189-18

引用格式: 陈万和, 许雨婷, 苏欣然, 等. 量子纠缠在量子精密测量中的应用研究进展 [J]. 应用光学, 2025, 46(6): 1189-1206.

CHEN Wanhe, XU Yuting, SU Xinran, et al. Research progress on application of quantum entanglement in quantum precision measurement[J]. Journal of Applied Optics, 2025, 46(6): 1189-1206.



在线阅读

量子纠缠在量子精密测量中的应用研究进展

陈万和^{1,2,3,4}, 许雨婷^{1,2,3,4}, 苏欣然^{1,2,3,4}, 张文慧^{1,2,3,4}, 柴 真^{1,2,3,4}

(1. 北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100191; 2. 北京航空航天大学 大科学装置研究院与零磁科学中心, 北京 100191; 3. 杭州极弱磁场国家重大科技基础设施研究院, 浙江 杭州 310051; 4. 北京航空航天大学 杭州创新研究院, 浙江 杭州 310052)

摘 要: 量子纠缠叩开了量子精密测量精度突破标准量子极限的大门, 当初始探针中的粒子态使用非经典资源时, 量子精密测量精度能够逼近海森堡极限, 显著提升测量的灵敏度。量子纠缠已在冷原子、囚禁离子和热原子等量子系统中展现出突破标准量子极限的强大潜力, 有望推动物理学前沿发展和技术的创新进步。本文阐述量子纠缠增强量子精密测量领域的理论框架、纠缠对于测量的影响、纠缠态制备机理及量子传感器前沿应用。最后, 对该领域进行了总结和展望。

关键词: 量子纠缠; 量子精密测量; 标准量子极限; 海森堡极限

中图分类号: TN206; O56

文献标志码: A

DOI: 10.5768/JAO202546.0612002

Research progress on application of quantum entanglement in quantum precision measurement

CHEN Wanhe^{1,2,3,4}, XU Yuting^{1,2,3,4}, SU Xinran^{1,2,3,4}, ZHANG Wenhui^{1,2,3,4}, CHAI Zhen^{1,2,3,4}

(1. School of Instrumentation and Optoelectronic Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China; 2. Institute of Large Scale Scientific Facility and Centre for Zero Magnetic Field Science, Beihang University, Beijing 100191, China; 3. Hangzhou Extremely Weak Magnetic Field National Key Science and Technology Infrastructure Research Institute, Hangzhou 310051, China; 4. Beihang Hangzhou Innovation Institute, Hangzhou 310052, China)

Abstract: Quantum entanglement has emerged as a transformative resource for surpassing the standard quantum limit in precision measurements. By harnessing non-classical correlations in the initial probe states, quantum-enhanced metrology enables measurement precision approaching the fundamental Heisenberg limit, thereby achieving unprecedented sensitivity. This paradigm has been successfully demonstrated across diverse quantum platforms, including ultracold atomic ensembles, trapped ion systems, and thermal atomic vapors, showcasing its broad applicability in pushing the boundaries of physical measurement and enabling next-generation quantum technologies. In this review, we presented a comprehensive theoretical framework for entanglement-enhanced quantum metrology, elucidating the fundamental role of quantum correlations in measurement enhancement. We systematically analyzed the generation and manipulation of entangled states for metrological applications. Furthermore, we highlighted state-of-the-art implementations of quantum sensors leveraging entanglement. Finally, current challenges and future directions were discussed in this rapidly evolving field, outlining promising avenues for both theoretical exploration and technological innovation.

收稿日期: 2025-08-15; 修回日期: 2025-11-05

基金项目: 国家自然科学基金 (62373028); 北京市自然科学基金 (4232071); 浙江省自然科学基金 (LZ24F050007)

第一作者: 陈万和, E-mail: by2454319@buaa.edu.cn

通信作者: 柴真, E-mail: zhenchai@buaa.edu.cn

Key words: quantum entanglement; quantum precision measurement; standard quantum limit; Heisenberg limit

引言

量子精密测量是利用量子纠缠、量子相干性、量子演化和量子测量等技术^[1],实现相关物理量的测量,且测量精度可以超过标准量子极限 (standard quantum limit, SQL),逼近海森堡极限 (Heisenberg limit, HL)。量子精密测量在推动物理学前沿发展中起着关键作用,并具有发现基础性成果的强大潜力,包括测试基本物理原理、确定基本物理常数、探测引力波、寻找暗物质、检验广义相对论以及诸如宇称破坏之类的对称性等^[2-3]。此外,它还促进各个科学和技术的创新和进步,包括惯性导航、极弱磁场探测和地下矿产勘探等。

在传统测量方案中,重复测量并对其进行平均来减少测量的波动,从而提高精度,但测量精度最终还是受到 SQL 的限制。然而幸运的是 SQL 并非一个根本性的限制,可以通过原子之间的量子关联来克服^[4]。量子精密测量学中的一个重要方向便是量子纠缠增强量子精密测量,它探讨了如何利用量子纠缠来进一步提高测量精度。通过优化初始探针态、演化过程和测量方案,量子纠缠态可以最大化量子 Fisher 信息,从而逼近 HL。然而,如何在实际系统中高效制备和保持纠缠态,以及如何克服退相干和环境噪声的影响,仍是当前研究的关键挑战。此外,量子纠缠在原子钟、磁力计、陀螺仪等量子传感器中的应用,为高精度测量开辟了新途径,但其工程化实现仍需进一步探索。

本综述旨在理解量子纠缠增强量子精密测量,涵盖量子测量基本原理、量子纠缠对于测量的作用、纠缠态制备的机理和实验实现以及量子传感器的应用。第1节中,介绍量子精密测量基本过程和量子参数估计理论;在第2节,研究了纠缠在量子精密测量中的作用;在第3节中,探讨常用于量子精密测量的纠缠态,并介绍了它们的制备机理;在第4节中,讨论了纠缠增强量子传感器的应用,包括原子钟、磁力计、陀螺仪,马赫-曾德尔干涉仪;最后,在第5节中,我们对这个快速发展的领域进行总结和展望。

1 量子精密测量的基本原理

1.1 量子精密测量基本过程

测量目的是将一个值与一个物理量或参数 λ

相关联,从而给出对该参数的估计。通过探针与系统相互作用,有关参数的信息被编码在探针状态中,选择适合测量方式提取探针状态信息,最后选择合适估计使探针状态信息收敛到参数真实值^[5]。一般量子精密测量的基本过程由4个步骤组成:1) 制备探测态 ρ_0 敏感未知参数 λ 变化;2) 将探测态与待测系统经历一个依赖于未知参数 λ 的演化过程 U_λ ,通过这种相互作用,演化后的状态 ρ_λ 编码了关于未知参数的信息: $\rho_\lambda = U_\lambda \rho_0 U_\lambda^\dagger$;3) 针对 ρ_λ 进行量子测量 E_x 提取参数 λ 信息;4) 重复上述过程 n 次独立实验后,基于测量结果序列 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ 进行参数估计 $\Lambda(\mathbf{x})$,如图1所示。参数测量精度用估计量 $\Lambda(\mathbf{x})$ 的方差衡量^[6-8]。

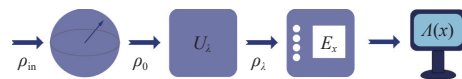


图1 量子精密测量的基本过程

Fig. 1 Fundamental process of quantum precision measurement

1.2 量子参数估计理论基础

量子精密测量的理论基础是量子参数估计理论。在经典参数估计理论中,可估参数方差 $\Delta\lambda^2$ 存在理论下界,由 Cramér-Rao 不等式可知理论下界为^[9]

$$\Delta^2\lambda \geq \frac{(\varphi'(\lambda))^2}{nF(\lambda)} \quad (1)$$

式中: $\varphi(\lambda)$ 为估计量的数学期望; $F(\lambda)$ 为 Fisher 信息。当总体分布族为 Cramér-Rao 正则族且支撑不随未知的待估参数 λ 改变,此方差下界可应用于待估参数 λ 的估计量。不同估计量其数学期望和所含 Fisher 信息不同,对应下界会变化。若估计量为无偏估计量 $\varphi(\lambda) = \lambda$,Cramér-Rao 不等式可写为

$$\Delta^2\lambda \geq \frac{1}{nF(\lambda)} \quad (2)$$

称为经典 Cramér-Rao 界限 (Cramér-Rao bound, CRB), 方差下界取决于 Fisher 信息。

Fisher 信息衡量了关于未知参数的信息量^[10],其定义为^[11]

$$F(\lambda) = \sum_i P(x_i|\lambda) \left(\frac{\partial \ln[P(x_i|\lambda)]}{\partial \lambda} \right)^2 = \sum_i \frac{1}{P(x_i|\lambda)} \left(\frac{\partial P(x_i|\lambda)}{\partial \lambda} \right)^2 \quad (3)$$

经典参数估计通过“测量”获取观测数据推断

未知的待估参数 λ , 不考虑“测量”行为对被测量对象的干扰, 统计规律由待估参数 λ 决定, 因此, 经典 Fisher 信息与待估参数 λ 直接相关。然而在量子场景中, “测量”行为会对被测量对象产生干扰, 影响观测数据的统计规律, 具体由 Born 规则给出^[7]: $P(x_i|\lambda) = \text{Tr}(E_{x_i}\rho_\lambda)$, 因此量子场景中的 Fisher 信息不仅与未知参数有关, 还与“测量”行为和量子态有关^[12]。当量子态 ρ_λ 编码了未知参数 λ 的信息时, 为获得最佳的测量精度, 即优化所有可能的量子测量方法以最大化 Fisher 信息, Fisher 信息的最大值定义为量子 Fisher 信息 F_Q ^[13]:

$$F_Q(\lambda) = \max_{\{E_i\}} F(\lambda) \quad (4)$$

可知 $F_Q(\lambda) \geq F(\lambda)$, CRB 可以扩展到量子 Cramér-Rao 界限 (quantum Cramér-Rao bound, QCRB), 对于无偏估计量, 此界限为

$$\Delta^2 \Lambda \geq \frac{1}{nF(\lambda)} \geq \frac{1}{nF_Q(\lambda)} \quad (5)$$

将量子态 ρ_λ 进行谱分解 $\rho_\lambda = \sum_i a_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$, 量子 Fisher 信息 F_Q 可被显式写成:

$$F_Q(\lambda) = \sum_i \frac{(\partial_\lambda a_i)^2}{a_i} + 2 \sum_{i \neq j} \frac{(a_i - a_j)^2}{a_i + a_j} |\langle\psi_i|\partial_\lambda\psi_j\rangle|^2 \quad (6)$$

式中: $\partial_\lambda a_i$ 表示对 λ 的偏导数; $|\partial_\lambda\psi_j\rangle \equiv \partial_\lambda|\psi_j\rangle$ 。式(6)第1项表示本征值 a_i 对参数 λ 的敏感度, 第2项表示本征态 $|\psi_i\rangle$ 随参数 λ 的变化。量子态为纯态 $\rho_\lambda = |\psi_\lambda\rangle\langle\psi_\lambda|$, 量子 Fisher 信息 F_Q 可被写成^[14]:

$$F_Q(\lambda) = 4 \left(\langle\partial_\lambda\psi_\lambda|\partial_\lambda\psi_\lambda\rangle - |\langle\partial_\lambda\psi_\lambda|\psi_\lambda\rangle|^2 \right) \quad (7)$$

若相互作用的演化是么正演化 $U_\lambda = e^{-i\lambda h}$, 其中 h 是一个厄米算符, 初始状态为混合态, $\rho_0 = \sum_i b_i |\Phi_i\rangle\langle\Phi_i|$, 量子 Fisher 信息 F_Q 显式表达式为

$$F_Q(\lambda) = 2 \sum_{i \neq j} \frac{(b_i - b_j)^2}{b_i + b_j} |\langle\Phi_i|h|\Phi_j\rangle|^2 \quad (8)$$

进一步若为纯态 $\rho_0 = |\psi_0\rangle\langle\psi_0|$, 量子 Fisher 信息 F_Q 简单表达式为^[15]

$$F_Q(\lambda) = 4\Delta^2 h \quad (9)$$

式中: $\Delta^2 h$ 表示初始状态下算符 h 方差, $\Delta^2 h \equiv \langle(h - \langle h \rangle)^2\rangle$ 。

给定量子态后, 根据量子 Fisher 信息定义, 寻找到最优测量方案, 然而最优测量往往依赖于参数的真实值, 因此有必要对参数有先验知识。这种困难可以通过自适应的方式渐进地达到量子极限精度^[7]。

为达到最终的界限, 可优化初始态达到最大量子 Fisher 信息。混合态的 Fisher 信息不会优于纯态^[7], 优化纯态便可。以么正演化为例, 由式(9)知, 只需找到厄米算符 h 最大测量方差的态 $|\psi_{\max}\rangle$, 即为算符 h 最大本征值对应的本征态与最小本征值对应的本征态的叠加:

$$|\psi_{\max}\rangle = \frac{|h_{\min}\rangle + |h_{\max}\rangle}{\sqrt{2}} \quad (10)$$

式中: $h_{\min}$ 和 $h_{\max}$ 是算符 h 最小和最大本征值, 分别对应于本征态 $|h_{\min}\rangle$ 和 $|h_{\max}\rangle$ 。当初始态 ρ_0 为纯态 $|\psi_{\max}\rangle$ 时, 量子 Fisher 信息 F_Q 为

$$F_Q(\lambda) = (h_{\max} - h_{\min})^2 \quad (11)$$

对于 N 个经典组合且无纠缠的探针, 整体状态可以写成 $\rho = \rho^{(1)} \otimes \rho^{(2)} \cdots \otimes \rho^{(N)}$, 且每个探针都处于相同的状态 $|\psi_{\max}\rangle$ 态。因此测量精度与探针数量 N 的关系是: $\Delta\Lambda \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$ 就是所谓的 SQL^[16]。

对于 N 个探针不能以张量积形式表示的纠缠粒子, 相应的量子 Fisher 信息 F_Q 为

$$F_Q(\lambda)_{\max} = N^2 (h_{\max} - h_{\min})^2 \quad (12)$$

因此, 相应的测量精度界限变为: $\Delta\Lambda \propto \frac{1}{N}$, 即所谓的 HL^[17-19]。量子精密测量的一个主要目标便是逼近或达到这个最终精度极限。

2 量子纠缠在量子精密测量中的作用

为达到最大的量子 Fisher 信息, 在初始态制备时引入纠缠态的探针, 从而达到 HL。回顾量子精密测量过程, 纠缠不仅可以在初始态制备时引入, 当对 ρ_λ 进行测量提取参数信息时, 在该阶段也可引入纠缠操作。在初始态制备和测量读出两个阶段是否使用量子效应, 可以分为4种不同的场景, 如图2所示: 1) 经典-经典策略 (classical-classical strategy, CC 策略): 两个阶段均不采用量子效应; 2) 经典-量子策略 (classical-quantum strategy, CQ 策略): 量子效应只用于探针测量读出阶段; 3) 量子-经典策略 (quantum-classical strategy, QC 策略): 量子效应只用于初始态制备阶段; 4) 量子-量子策略 (quantum-quantum strategy, QQ 策略): 两个阶段都使采用量子效应。CC 策略采用的均为经典态, 可知最终精度极限是 SQL, 但在引入纠缠后的最终精度极限能否超越 SQL 达到 HL 与纠缠引入的阶段有关。在此简单说明 CC 策略和 CQ 策略的最终精度极限是 SQL, 而 QC 策略和 QQ 策略的最终极限是 HL^[20]。

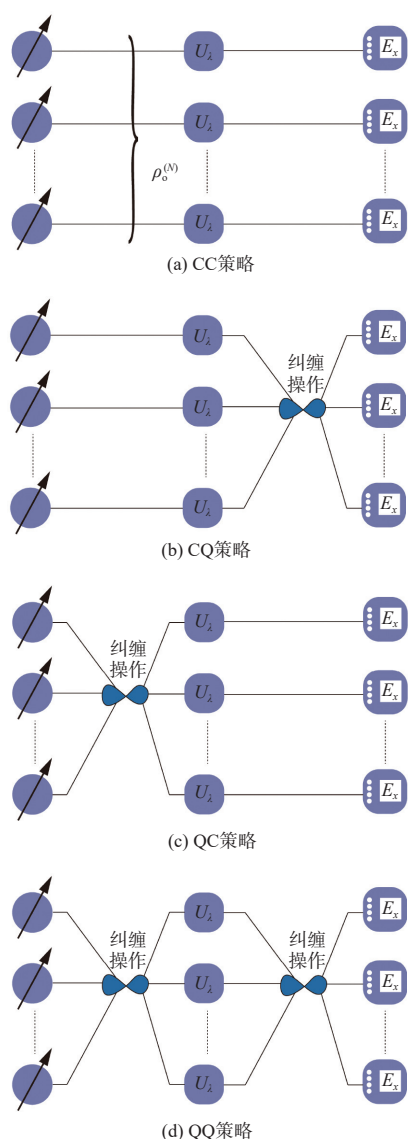


图2 4种并行方案

Fig. 2 4 parallel strategies

如果允许对系统采样 N 次,那么可以联合使用 N 个探针并行配置,或单个探针使用 N 次顺序配置,或这两种策略的组合,表明HL的实现不依赖物理纠缠探针数量,而取决于总资源调用次数。以并行配置为例展开说明。以 $\rho_0^{(N)}$ 表示 N 个探针组成的初始态,么正变换演化为 $U_\lambda^{\otimes N} \rho_0^{(N)} U_\lambda^{\dagger \otimes N}$,其中 $U_\lambda^{\otimes N}$ 由局域哈密顿量 $h^{(i)}$ 组成的全局哈密顿量 H 生成, $H = \sum_{i=1}^N h^{(i)}$ 。根据式(9), Δh 为初始状态下算符 h 标准差,可知参数的测量精度只跟初始状态有关,跟测量读出阶段时的状态无关。由于初始态没有产生关联,根据方差可加性和式(10)以及式(11),最优CC策略和CQ策略对参数的测量精度满足SQL。而最优QC策略和QQ策略在初始态引入纠缠,全局哈密顿量 H 本征值因纠缠而放大

N 倍,量子Fisher信息比最优CC策略和CQ策略的Fisher信息放大 N 倍,因此最优QC策略和QQ策略对参数的测量精度满足HL。

这意味着,初始态制备阶段的纠缠对于提高精度是有用的,但在测量阶段是无用的。因此,放弃纠缠测量而不会损失性能。下面将介绍量子精密测量初始态制备时常用纠缠态

3 量子精密测量常用纠缠态

3.1 自旋压缩态

原子自旋压缩是实现高精度测量的重要量子资源^[3]。根据海森堡不确定性原理,对两个不对易的自旋分量来讲,不能同时精确测量两个自旋分量,其不确定度关系存在非零下限^[21]:

$$\Delta S_x \cdot \Delta S_y \geq \frac{\hbar}{2} |\langle S_z \rangle| = \frac{1}{2} |\langle S_z \rangle| \quad (13)$$

式(13)中令 $\hbar = 1$ 。在保持不确定度关系成立的前提下,可将一个方向上的自旋分量不确定度压缩变小,同时让另一个方向的自旋分量不确定度反压缩变大,提高某一方向的测量精度,从而超于SQL^[22-23],实现高精度测量。值得注意,压缩是纠缠的充分条件,而非必要条件,因此自旋压缩在理解量子纠缠中起着至关重要的作用。

在介绍自旋压缩态之前,需要对自旋相干态有所了解。自旋相干态(coherent spin state, CSS)是由 N 个沿相同方向排列的相同的单自旋态组成。对于单个二能级原子,任意纯态可以表示为Bloch球上的一个自旋矢量^[24]:

$$|\theta, \phi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |\uparrow\rangle + \exp(i\phi) \sin \frac{\theta}{2} |\downarrow\rangle \quad (14)$$

式中: θ 和 ϕ 分别表示该自旋矢量的极角和方位角; $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$ 分别表示二能级原子的两个态。则 N 个原子形成的自旋相干态可以表示为

$$|\theta, \phi\rangle_{\text{CSS}} = \otimes_{i=1}^N \left[\cos \frac{\theta}{2} |\uparrow\rangle^{(i)} + \exp(i\phi) \sin \frac{\theta}{2} |\downarrow\rangle^{(i)} \right] \quad (15)$$

其集体自旋矢量为 $\hat{J} = \{\hat{J}_x, \hat{J}_y, \hat{J}_z\}$,如图3(a)所示,其中:

$$\hat{J}_x = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \hat{\sigma}_x^{(i)}, \quad \hat{J}_y = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \hat{\sigma}_y^{(i)}, \quad \hat{J}_z = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \hat{\sigma}_z^{(i)} \quad (16)$$

当测量与平均集体自旋垂直的自旋分量时,方差 $\Delta^2 \hat{J}_{n\perp}$ 由各个自旋1/2粒子的方差之和决定,结果为 $\Delta^2 \hat{J}_{n\perp} = N/4$,在Bloch球上,垂直方向方差(量子涨落幅度)一致,表现为圆形,如图3(b)所示。例对于自旋相干态集体自旋矢量沿 x 轴,其沿两个正

交方向的方差是各向同性的, 即 $\Delta^2 \hat{J}_y = \Delta^2 \hat{J}_z = N/4$, x 轴自旋矢量期望为 $\langle \hat{J}_x \rangle = N/2$, 根据式 (13), 自旋相干态可达到不确定性极限, 测量灵敏度极限达到 SQL。

自旋压缩态 (spin squeezed state, SSS) 则是在自旋相干态基础上建立恰当的量子关联, 实现对自旋涨落的非对称调控, 消减某一方向涨落, 增大另一方向涨落, 表现在 Bloch 球上, 不确定性分布图形由圆形压缩近似为椭圆形^[25], 如图 3(c) 所示。

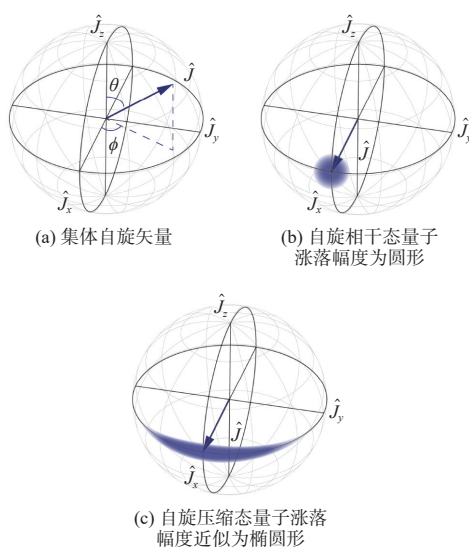


图 3 Bloch 球表示形式

Fig. 3 Bloch sphere representations

自旋压缩程度通常采用压缩参数进行量化表征, 其核心思想是比较系统实际涨落与 SQL 的偏离程度。KITAGAWA M 和 UEDA M 使用垂直平均集体自旋方向最小的涨落与 SQL 的涨落的比值表征:

$$\xi_S^2 = \frac{\min(\Delta^2 \hat{J}_{n\perp})}{j/2} = \frac{4 \min(\Delta^2 \hat{J}_{n\perp})}{N} \quad (17)$$

式中: $j = N/2$ 。当 $\xi_S^2 < 1$ 时, 说明原子自旋在该方向上的噪声减小, 因此自旋压缩态的一般判据: 若垂直于平均自旋 $\langle \hat{J} \rangle$ 的某一自旋分量的涨落小于 $N/4$, 则系统处于自旋压缩态^[26]。从式 (17) 可知, 压缩参数由垂直于平均集体自旋方向的最小方差决定, 可在所有可行的垂直方向 $n_{\perp}$ 上最小化 ξ_S^2 , 以确定最佳压缩方向, 这对实现量子测量增强至关重要。WINELAND D J 等人表征相位估计灵敏度的增益, 提出了另一种压缩参数^[27]:

$$\xi_R^2 = \frac{(\Delta\phi)^2}{(\Delta\phi)_{\text{CSS}}^2} = \frac{N\Delta^2 \hat{J}_{n\perp}}{|\langle \hat{J} \rangle|^2} \quad (18)$$

从式 (17) 和式 (18) 很容易找到两个参数之间关系:

$$\xi_R^2 = \left(\frac{N}{2|\langle \hat{J} \rangle|} \right)^2 \xi_S^2 \geq \xi_S^2 \quad (19)$$

由于 $|\langle \hat{J} \rangle| \leq N/2$, 必定有 $\xi_R^2 \geq \xi_S^2$ 。

根据广义量子估计理论, 估计参数的测量精度可以通过误差传播公式给出:

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta\hat{O}}{\left| \partial \langle \hat{O} \rangle / \partial \lambda \right|} \quad (20)$$

式中: $\hat{O}$ 为具有特征值 λ 的观测值。以量子相位估计为例, 当平均自旋指向 x 轴时, 测量参数 ϕ 的测量精度可写为 $\Delta\phi = \Delta\hat{J}_{\perp} / |\langle \hat{J}_x \rangle|$ 。对于 N 个独立的自旋 $-1/2$ 原子, 输入为 CSS 态得到 $\Delta\phi_{\text{SQL}} = 1/\sqrt{N}$; 输入为 SSS 态, 某一方向上的自旋噪声被压缩, 由式 (18) 得到 $\Delta\phi = \xi\Delta\phi_{\text{SQL}}$, 当 $\xi = 1$ 无压缩, 相当于 SQL; 当 $\xi < 1$ 存在自旋压缩, 相位精度优于 SQL; 当 $\xi = 1/\sqrt{N}$, 相位精度达到 HL。因此制备大程度压缩的自旋压缩态是提高精度到 HL 的方法之一。

在自旋压缩态的理论构建中, 最早由日本学者 KITAGAWA M 和 UEDA M 提出^[26]两类典型的扭曲相互作用机制: 单轴扭曲模型 (one-axis-twisting, OAT) 和双轴扭曲模型 (two-axis-twisting, TAT), 这两类哈密顿量形式为自旋压缩效应的实验实现提供了关键理论框架。其中单轴扭曲模型哈密顿量形式为 $H_{\text{OAT}} = \chi \hat{J}_z^2$, χ 为非线性系数或扭曲强度。在 OAT 基础上, 施加一系列 $\pi/2$ 脉冲, 提出实现更高压缩的双轴扭曲模型, 但目前采用这种模型制备自旋压缩态在实验上还较难以实现。

根据扭曲相互作用机制, 要使自旋相干态产生量子相关性, 需引入非线性相互作用, 线性相互作用仅使原子自旋发生旋转, 并不建立原子之间状态的量子关联。单个 $1/2$ 自旋系统无法成为压缩态, 因为没有其他状态与其产生关联^[26]。通过非线性相互作用实现自旋压缩可以通过两种主要方法来实现。一种方法利用原子与原子相互作用, 例如玻色-爱因斯坦凝聚体 (Bose-Einstein condensate, BEC) 内部原子碰撞^[28-29], 而另一种方法利用原子与光子相互作用^[30-33]。下面将讨论这两种方法制备自旋压缩态的实验进展。

BEC 所体现的宏观量子效应, 可以被认为是单粒子水平上的纯态^[34], 且不需引入非线性介质,

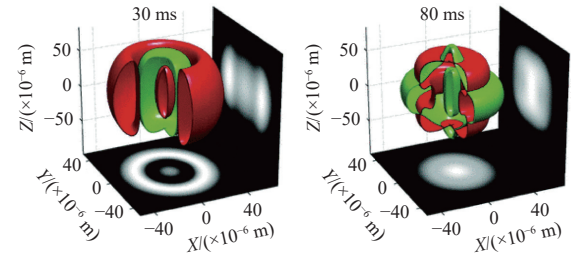
BEC 原子间就存在着碰撞相互作用, 因此为利用 BEC 原子产生纠缠态提供了途径。考虑一个双组分弱相互作用 BEC, 并且假设碰撞为弹性碰撞。这种情况由二次量子化哈密顿量描述^[22,28,35]:

$$H = \sum_{j=a,b} \int d^3r \hat{\Psi}_j^\dagger(r) H_{0,j} \hat{\Psi}_j(r) + \frac{1}{2} \sum_{j=a,b} U_{jj} \int d^3r \hat{\Psi}_j^\dagger(r) \hat{\Psi}_j^\dagger(r) \hat{\Psi}_j(r) \hat{\Psi}_j(r) + U_{ab} \int d^3r \hat{\Psi}_a^\dagger(r) \hat{\Psi}_b^\dagger(r) \hat{\Psi}_a(r) \hat{\Psi}_b(r), \quad (21)$$

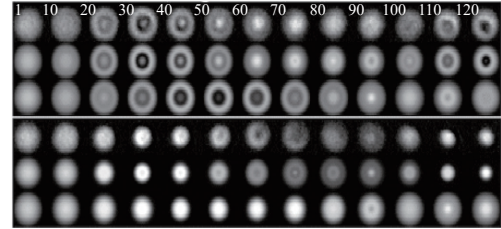
式中: $H_{0,j}$ 是处于 j 态原子的单粒子哈密顿量, 包括动能和外部囚禁势能 $V_j(r)$; $\hat{\Psi}_j(r)$ 是处于 j 态的原子在场算符; $U_{jk} = 4\pi\hbar^2 a_{jk}/m$ 是 j 态和 k 态粒子之间相互作用的强度, 由散射长度 a_{jk} 决定, m 是原子质量。假设对于 $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$ 原子有相同的波函数 ψ_0 , 则哈密顿量式 (21) 中与自旋相关的部分可写成 $H_{\text{spin}} = \hbar\chi\hat{J}_z^2$, 其中 χ 取决于散射长度和波函数, $\chi = U_{11} + U_{22} - 2U_{12}/\hbar$ 。 H_{spin} 等价于 OAT 哈密顿量 $H_{\text{OAT}} = \chi\hat{J}_z^2$, 因此, 可调节非线性相互作用 χ 生成自旋压缩态。

^{87}Rb 原子是目前双组分 BEC 实验和冷原子计量学中最广泛使用的原子, 但 ^{87}Rb 原子散射长度几乎相等, 即 $a_{11} \approx a_{22} \approx a_{12}$, 当组分之间存在完全的空间重叠时, χ 变得非常小, 以至于产生压缩所需要的时间将无穷大, 这限制 ^{87}Rb 直接实现 BEC 压缩的可能性。单势阱双分量 BEC 可以通过 Feshbach 共振技术调节两分量间的散射长度^[36] 或者通过外加磁场囚禁势调控两个分量对应的波函数^[37-40] 来增大原子间有效相互作用, 进而产生自旋压缩; 双势阱单分量 BEC 可通过绝热地控制中间势垒的高度来产生自旋压缩^[41]。例如, 对于在单势阱双分量 BEC 系统适当的囚禁条件下, 自旋分量之间的排斥力驱使它们进入势阱的不同区域, 组分之间的重叠显著减少^[40], 如图 4(a) 图 4(b) 所示, 两种状态粒子间相互作用强度 U_{12} 会相应减小, 对于相同的散射长度, 也会出现较大的非线性相互作用^[28]。将 BEC 原子囚禁在磁阱中, 已成功制备了 5 000 个 ^{87}Rb 原子的纠缠, 压缩达到 (1.3 ± 0.40) dB, 且自旋压缩在内部状态自发发生^[42]。 ^{87}Rb 原子初始态为超精细基态 $|a\rangle \equiv |F=1, m_F=-1\rangle$, 装载至磁阱, 通过射频强迫蒸发冷却在磁阱中冷却原子, 直至形成 BEC, 包含 14 000 个原子。施加 $\pi/2$ 脉冲制备两态叠加 ($|a\rangle \equiv |F=1, m_F=-1\rangle$ 和 $|b\rangle \equiv |F=2, m_F=1\rangle$)。关闭微波后, 散射长度的细微差异, 及两个分量在

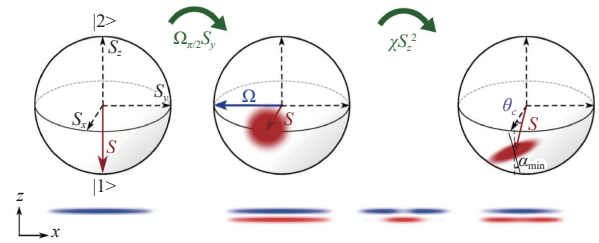
磁阱中进行周期为 1.2 s 的自由演化如图 4(c)~图 4(d) 所示, 自旋分布经历由两个组分的空间分离增强的非线性碰撞相互作用。通过改变分析脉冲持续时间, 改变旋转角度, 可以得到多个旋转角度的压缩参数。最小压缩参数出现在角度为 2.5° , $\xi^2 = -1.3 \pm 0.4$ dB。



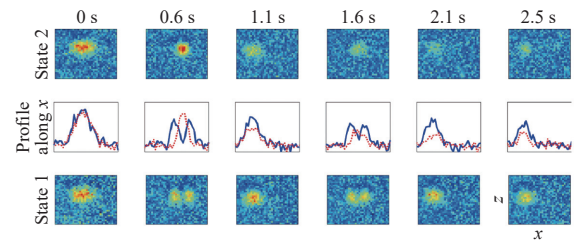
(a) BEC 中密度分布的 3D 渲染图



(b) 时间序列实验和数值模拟密度分布图^[40]



(c) 施加 $\pi/2$ 脉冲后动力学演化过程



(d) 演化时间之后在吸收成像中观察到的空间动态^[42]

图 4 波函数重叠演化过程

Fig. 4 Wave function overlap evolution process

自旋轨道耦合 (spin-orbit coupling, SOC) 改变了 BEC 系统的平衡性质, 产生诸多新奇相变^[43-45], 如图 5(a) 所示。研究发现, 拉曼耦合可诱导 SOC, 如图 5(b) 所示, 拉曼诱导的 SOC-BEC 系统可映射到 Dicke 模型, 通过改变拉曼耦合强度, BEC 会在正常相 (自旋平衡) 和超辐射相 (自旋极化) 之间发生量子相变。在临界点, SOC-BEC 系统实现了最

大自旋压缩, 如图 5(c) 所示^[46]。SOC 可控制空间自由度和自旋自由度的集体行为提供一个强大的调控旋钮。对于自旋-1/2BEC, 粒子与粒子碰撞会在原子的空间自由度中建立关联, 通过 SOC, 这些关联将反过来建立自旋与自旋关联, 从而导致自旋

压缩^[47]。在自旋轨道耦合的三组分自旋-1BEC 中可产生一种特殊的压缩效应, 称为自旋-向列压缩 (spin-nematic squeezing)。对于三组分自旋-1BEC 增加拉曼跃迁强度和减少二次塞曼分裂可以增强这种自旋压缩如图 5(d) 和图 5(e) 所示^[48]。

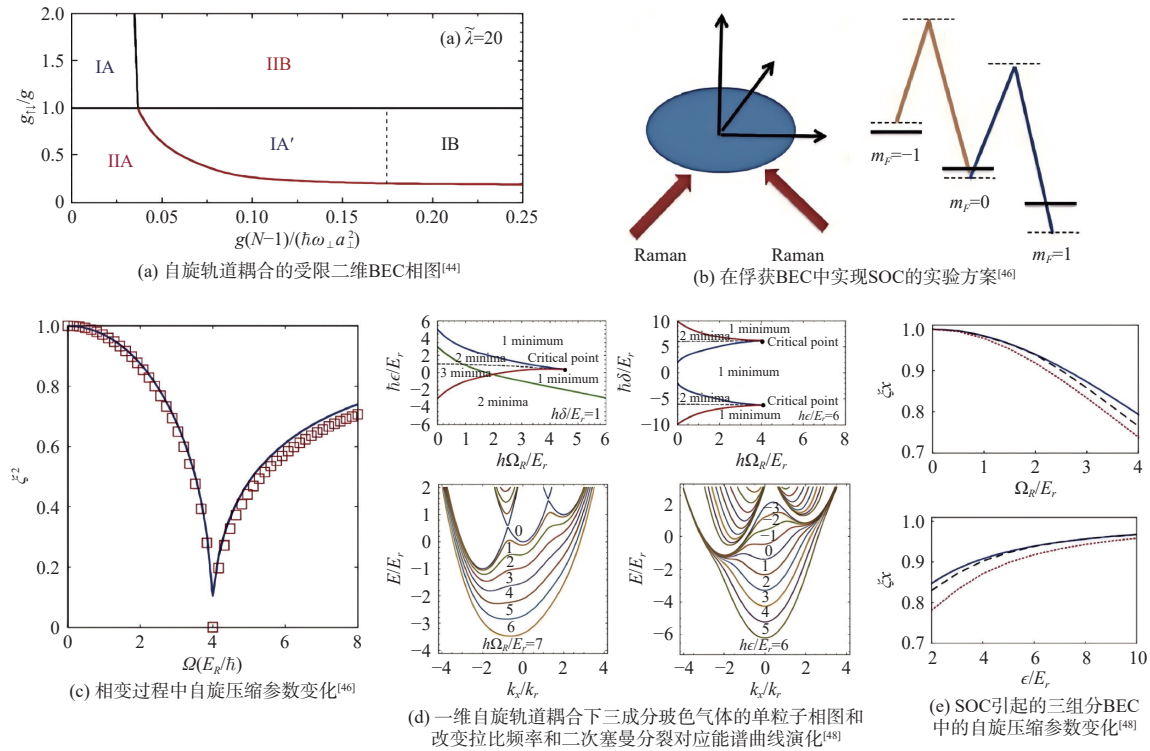


图 5 SOC 对 BEC 系统的平衡性质影响及对 BEC 自旋压缩影响

Fig. 5 Effect of SOC on equilibrium properties of BEC systems and its influence on BEC spin squeezed

以上大多数讨论主要集中在双体相互作用的影响上, 因为在低密度下, 三体相互作用 (三个玻色子之间的三体相互作用) 可以忽略不计。然而, 对于较高密度的情况, 三体相互作用开始发挥重要作用。使用短时近似求解角动量算符得到自旋压缩参数, 结果表明, 自旋压缩参数取决于双体相互作用、三体相互作用以及 Josephson-Like 耦合和总原子数, 且三体相互作用比二体相互作用导致更大的压缩^[49]。短时近似求解只有在相互作用时间较短时, 结果才有效。在实验上, 可以通过 Feshbach 共振技术或光子辅助隧穿来减少或关闭双体相互作用, 从而放大三体相互作用。寻找更好的求解方法求解三体相互作用问题, 同时实验上利用三体相互作用实现自旋压缩也是值得深入研究。

利用原子系综内的原子-光子相互作用是目前在原子系综内产生大程度自旋压缩和量子纠缠的最有效方式。早期制备自旋压缩态的方法是通过

光和原子之间的相互作用将压缩光的压缩转移到原子中。目前实验利用原子-光子相互作用制备自旋压缩态方法主要有: 基于量子非破坏测量 (quantum non-demolition measurement, QND) 生成自旋压缩^[50] 和通过引入光学腔制备自旋压缩态。

QND 基本原理是基于激光频率与原子共振频率之间大失谐相互作用^[25], 此时光的作用是使原子能级产生 AC-Stark 频移, 单个光子产生的频移为 g^2/Δ , 频移量与光与原子相互作用强度 g 及失谐量 Δ 有关, 如图 6(a) 所示。一束光的两个偏振分量分别作用在原子的两个能级 $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$ 上, 如图 6(b) 所示, 在大失谐条件 $\Delta \gg g$ 下, 系统的哈密顿量可以写为

$$H = -\frac{g^2}{\Delta} (n_1 N_a + n_2 N_b) = -\frac{2g^2}{\Delta} \left(\frac{1}{4} n N + S_z \hat{J}_z \right) \quad (22)$$

式中: n_i 为第 i 个偏振分量的光子数; $n = n_1 + n_2$ 为总光子数; N_a 和 N_b 为能级上的原子数; $N = N_a + N_b$ 为

两个能级上的总原子数; $S_z = (n_1 - n_2)/2$ 为光场的斯托克斯算符的 z 分量; $\hat{J}_z = (N_1 - N_2)/2$ 为原子角动量算符的 z 分量。哈密顿量对光的偏振起到法拉第旋转的作用, 对原子的集体自旋起到人工磁场的作用, 且法拉第旋转转角与原子在两个能级间的布居数差 $\hat{J}_z$ 有关, 通过测量光场的法拉第转角可以获得原子在两个能级间布居数差 $\hat{J}_z$ 的信息, 从而使原子在 z 方向上的涨落分布得到压缩。另一种 QND 是一束光同时作用于原子的两个能级, 光场对于一个能级红失谐, 对于另一个能级蓝失谐, 如图 6(c) 所示, 哈密顿量可写为

$$H = \frac{g^2}{\Delta} n (N_a - N_b) = \frac{2g^2}{\Delta} \hat{J}_z n \quad (23)$$

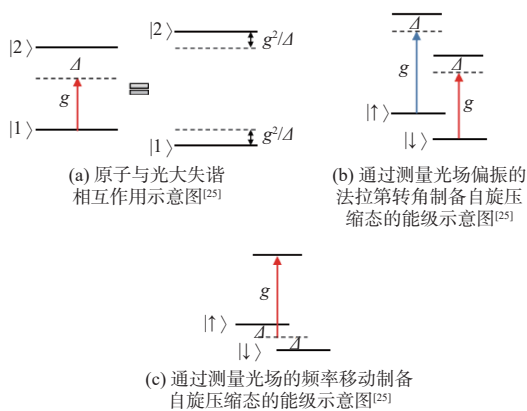


图6 QND 测量原理

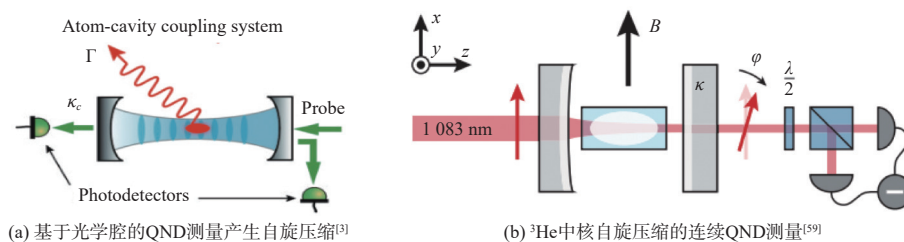
Fig. 6 Measurement principle of QND

哈密顿量使得光场发生频移, 移动量为 $(2g^2/\Delta)\hat{J}_z$, 通过测量光场的频移可以获得原子在两个能级间布居数差 $\hat{J}_z$ 的信息, 从而使原子在 z 方向上的涨落分布得到压缩。

自旋压缩可以通过估计两次连续的 QND 之间的相关性来验证。首先使用 n_1 个光子测量 $\hat{J}_z$, 得到测量结果 ϕ_1 , 然后使用 n_2 个光子测量 $\hat{J}_z$, 在同一个原子系综上得到测量结果 ϕ_2 。利用 ϕ_2 的最佳估计量, 可有条件地减少方差。研究发现, 通过“过去量子态”(past quantum state, PQS) 框架^[51], 将前向预测和后向回溯的信息结合, 即连续 3 次测量, 可获

得更多关于量子态的信息, 从而达到更高的自旋压缩^[52]。实验中⁸⁷Rb 原子系综依次受到 3 个连续测量脉冲作用: 首先压缩脉冲(脉冲持续时间 τ_1) 在 S_y 和 $\hat{J}_z$ 之间产生纠缠, $\hat{J}_z$ 通过检测 S_y 被压缩; 随后验证脉冲(脉冲持续时间 τ_2), 验证压缩; 最后该状态在 τ_3 的持续时间内被进一步探测(压缩)。根据第 1 次(预测)和第 3 次(回溯)测量结果, 优化第 2 次探测原子自旋状态的概率分布, 方差中分母项引入第 3 次测量提供的额外信息, 从而进一步压缩自旋噪声, 条件噪声降低约为 5.6 dB, 自旋压缩为 (4.5 ± 0.40) dB, 相比于传统 QND 自旋压缩提高大约 2 倍。这种压缩在计量学上具有重要意义, 并改善了量子计量应用(如磁力仪)的灵敏度。除此之外, 利用三脉冲协议, 第 1 个 QND 脉冲用于校准原子数量, 而另外两个则充当压缩和读出脉冲, 通过优化测量时序和光子数分配, 也可提高测量灵敏度^[53]。

QND 虽然可在自由空间制备自旋压缩态, 但自由空间中光与原子相互作用的强度较弱, 通常需使用高功率激光。而光学腔的引入可以很好地解决这个难题, 通过光学腔增强光与原子相互作用的强度已被广泛用于自旋压缩态的产生和调节^[54-58], 如图 7(a) 所示。基于光学腔可对控制较为困难的³He 通过 QND 实现核自旋量子控制, 例如制备自旋压缩态^[59], 如图 7(b) 所示。将³He 原子气室放置在一个长度为 3 cm、腔精细度为 50 的非对称光学腔内, 增强光与原子的相互作用。利用腔体对光晶格钟进行一系列重复的 QND 测量和原子相位锁定, 将本地振荡器的相位锁定到原子相位演化, 显著提高了光晶格钟的 Q 因子, 如图 7(c) 所示^[54]。传统 Fabry-Perot 腔内驻波场结构导致的光与原子相互作用不均匀性, 使得原子自旋压缩度在演化过程中逐渐衰退。为保证光与原子相互作用均匀性, 设计并研制了高精度、高真空兼容型光学环形腔, 通过环形腔差分测量方式提取原子经过腔模过程中对环形腔造成的色散相移, 实现对原子数目的非破坏测量, 如图 7(d) 所示^[58]。



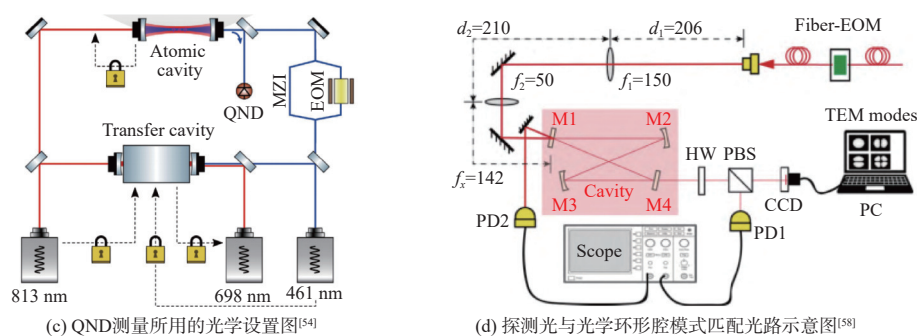


图 7 基于光学腔的 QND 产生自旋压缩与光学检测方案示意图

Fig. 7 Schematic diagram of spin squeezing generation and optical detection scheme based on optical cavity QND measurement

利用光学腔放大光与原子之间的非线性相互作用,使光与原子相互作用的哈密顿量变为 OAT 哈密顿量从而产生自旋压缩态。当激光失谐显著偏离腔共振(超过腔线宽)且传输率较低时,可以无条件地创建原子纠缠,而无需任何测量,这被称为腔反馈压缩方法^[60]。考虑光场的斯托克斯算符 S_z 与原子自旋算符 J_z 成正比,则描述光与原子相互作用的哈密顿量 $H \propto S_z J_z$ 变为 $H \propto \chi J_z^2$,这导致了 OAT 哈密顿量,可以用于产生“无条件”自旋压缩。相比于基于 QND 产生的“有条件”自旋压缩,腔反馈压缩方法不依赖于预先测量,对探测器的性能没有要求。

此外利用具有高激发态的里德堡原子间的范德华相互作用,由于里德堡原子之间的范德华相互作用比基态原子强得多,这种强烈的相互作用可以用来在原子之间产生纠缠,从而实现自旋压缩。通过结合里德堡修饰和光镊,可以精细地调节原子-原子相互作用,从而实现广泛的相互作用。更加详细的综述请参阅文献[6]。

3.2 双数态

双数态(twin-fock state)是一种高度纠缠的状态,属于 Dicke 态的一种。Dicke 态描述的是 N 个全同粒子在对称子空间中的集体量子态,通常标记为 $|J, m\rangle$ 。两个独立的量子模式 Dicke 基可以表示为

$$|J, m\rangle = |J+m\rangle_a |J-m\rangle_b \quad (24)$$

即模式 a 中有 $J+m$ 个粒子,模式 b 有 $J-m$ 个粒子。对偶数 N 个粒子,双数态可表示为 $|N/2, 0\rangle = |N/2\rangle_a |N/2\rangle_b$,其中 $J = N/2$ 和 $m = 0$ 对应自旋 $1/2$ 粒子。根据海森堡不确定性关系,有 $\Delta\phi\Delta J_z \geq 1/2$, ϕ 表示自旋矢量方位角。完全确定的 J_z 和完全不确定的 ϕ 结合表明集体自旋可以等概率

地指向 Bloch 球赤道平面地任何方向,可以将双数态看成一个绕 Bloch 球赤道的环。双数态的平均自旋为 0, $\langle \hat{J} \rangle = (\langle \hat{J}_x \rangle, \langle \hat{J}_y \rangle, \langle \hat{J}_z \rangle) = (0, 0, 0)$,因此 $\langle \hat{J}_z \rangle$ 不再适用于参数估计,有人提出测量 J_z 的二阶矩来敏感沿 $\hat{J}_y$ 的旋转^[61],相位测量精度界限可以为

$$\Delta\phi \geq \frac{1}{\sqrt{F_Q}} \sim \frac{\sqrt{2}}{N} \quad (25)$$

以高于精确海森堡极限 $\sqrt{2}$ 倍的因子逼近海森堡标度。

在 BEC 中利用自旋混合动力学可产生双数态^[62-63]。例如处于 $F = 1$ 态的 ^{87}Rb 原子,使用自旋交换碰撞将原子从 $m_F = 0$ 相干地转移到 $m_F = 1$ 和 $m_F = -1$ 态,由于总 m_F 守恒, $m_F = 1$ 和 $m_F = -1$ 态始终保持相同的原子数,从而形成纠缠的双数态。以自旋混合动力学生成的双数态在 $m_F = \pm 1$ 态的总原子数上表现出较大的波动,之后研究发现一个经历自旋混合的 ^{87}Rb 旋量 BEC,绝热地经历两次连续的量子相变(quantum phase transition, QPT),从而以近乎确定的方式生成一个双数态凝聚体^[63]。

基于绝热驱动思想,提出一种通过驱动穿越 QPT 来实现海森堡极限频率测量的方案^[64]。通过绝热穿越 QPT 初始化双数态,并利用 $\pi/2$ 脉冲实现分束与重组,最终通过布居数测量频率锁定信号提取跃迁频率。在固定演化时间下测量精度可以表现出海森堡极限标度,且对探测噪声($\sigma \leq 0.7\sqrt{N}$ 时仍优于 SQL)和非绝热效应(中等扫速)具有鲁棒性。

3.3 其他纠缠态

除了自旋压缩态和双数态,人们还研究非高斯纠缠态以提高测量精度。例如宏观自旋相干叠加的自旋猫态^[65]或多粒子最大纠缠态(Greenberger-Horne-Zeilinger, GHZ)。多个自旋相干态的叠加可

以写成如下形式:

$$|\Psi(\theta, \phi)\rangle = N_c (|\theta, \phi\rangle + |\pi - \theta, \phi\rangle) \quad (26)$$

式中: N_c 为量子态归一化系数; $|\theta, \phi\rangle$ 和 $|\pi - \theta, \phi\rangle$ 为两个自旋相干态。对于 $0 \leq \theta \leq \pi/2$, 在 Bloch 球上会出现两个圆形分布, 这两个分布的距离随 θ 减小而增加, 当选择合适的 θ 时, 两个自旋相干态的波函数重叠非常小 (小于很小参数 ε), 就可认为处于自旋猫态, 表示形式如下:

$$|\Psi(\theta, \phi)\rangle_{\text{CAT}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} (|\theta, \phi\rangle + |\pi - \theta, \phi\rangle) \quad (27)$$

计算量子 Fisher 信息可知自旋猫态相位测量精度也可以表现出海森堡极限标度^[66]。根据前面自旋压缩态和双数态制备方法, 产生自旋猫态的方法与它们类似, 例如: 在 BEC 中利用原子碰撞引起的非线性 Kerr 效应来制备^[67]; 也可以利用引入非线性过程, 如 OAT 动力学来制备; 通过 QND 或引入一系列自旋测量操作也可以条件性地产生自旋猫态以及通过驱动系统穿越 QPT 绝热基态制备^[68-69]等。自旋猫态以其对环境效应的鲁棒性和可抵达海森堡极限的优势, 在量子精密测量方面有着广泛前景。

当式 (26) 中 $\theta = 0$ 时, 可以认为所有粒子处于自旋向上 $|\uparrow\rangle$ 态和自旋向下 $|\downarrow\rangle$ 态是等概率的叠加态, 即 GHZ 态, 在 Dicke 基下可以表示为

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \frac{N}{2}, +\frac{N}{2} \right\rangle + \exp(i\phi) \left| \frac{N}{2}, -\frac{N}{2} \right\rangle \right) \quad (28)$$

式中: ϕ 为任意相位。在理想情况下, GHZ 态测量精度可达到 $1/N$, 直接抵达海森堡极限^[70]。然而, 实际上 GHZ 态非常脆弱, 极易被环境噪声所破坏, 其纠缠特性会在仅仅损失一个粒子的情况下完全丢失。GHZ 可利用 OAT 在集体自旋系统中制备, 但这种方法所需演化时间很长, 在多粒子集体自旋体系中, 体系往往在演化完成之前就被退相干效应和粒子损耗等因素破坏。因此 GHZ 态应用于量子精密测量还有许多亟待解决的问题。

虽然纠缠态在量子精密测量应用广泛, 但应该注意的是, 并非每个纠缠态都同样适用于量子精密测量。

4 量子纠缠在量子传感器中的应用

4.1 原子钟

原子钟作为现代精密测量和时间标准的基石, 其性能的提升对基础物理学研究和技术应用具有

重要意义。原子钟是利用原子或离子能级跃迁信号高度的频率稳定特性, 将本地振荡器的频率与参考原子跃迁频率进行比较制作而成的可以输出标准时间或频率信号的仪器, 也叫原子频标。根据跃迁频率划分, 原子钟可以分为微波原子钟 (微波钟) 与光频原子钟 (光钟)。根据原子钟的稳定度公式, 频率稳定度与跃迁频率成反比。因此, 光钟利用光频段的能级跃迁, 在稳定度理论上比微波钟要高, 提高了原子钟性能。目前, 影响时钟精度的主要限制是导致原子能量偏移的原子碰撞^[71-72]与原子系统中探测相关的 Dick 效应^[73], 以及由有限原子数集合的量子投影噪声产生的标准量子极限。通过使用两个时钟系综进行比较, 可以消除共模噪声, 从而完全消除 Dick 效应^[74], 这是量子增强型原子钟的必要工作条件, 因为纠缠只能使受原子投影噪声限制的原子钟受益^[75]。碰撞偏移通常通过部署低密度原子气体或使用原子势阱, 如光学晶格^[53-54, 76-77]或光镊阵列^[78-79]来最小化。碰撞偏移限制了原子钟中使用的原子总数, 通常在 $10^2 \sim 10^4$ 个原子之间^[80]。在这种相对较小的原子数下, SQL 对时钟频率测量提出了显著的限制。正如本文所述, 若突破 SQL 限制, 可在原子钟引入适当的集体纠缠状态, 提高原子钟稳定度。

在光学腔内实现的压缩微波铷原子钟已经证明纠缠增强的原子钟可以降低投影噪声^[81-82], 如图 8(a) 与图 8(b) 所示, 且能以比投影噪声极限原子钟快 ξ^{-2} 倍的速度达到相同的稳定性, 该结果也表明, 使用 ξ^2 倍更少的原子即可达到给定精度, 这为开发小尺寸、小重量、低功耗的移动传感器提供了可能^[75]。自旋压缩光晶格钟在 2020 年首次被演示出来^[83], 将 ^{171}Yb 原子系综限制在光学腔内的二维光晶格中, 利用腔反馈在基态生成自旋压缩态, 通过本地振荡器的光学 π 脉冲, 将其映射到激发态, 在 Ramsey 干涉之后, 自旋压缩态被映射回基态, 并通过腔进行读出。结果表明, 测量精度低于 SQL 4.4 dB, 相当于平均时间减少了 2.8 倍, 如图 8(c) 所示^[84]。利用多次 QND 在光晶格中制备压缩态也实现了长稳定性和高 Q 因子^[53-54, 85]。此外混合量子-经典原子钟协议^[86], 如图 8(d) 所示, 利用相干态的相位不敏感性来反馈调节压缩态至最优相位敏感点, 从而在避免破坏性测量的同时实现接近海森堡极限的稳定性, 为高精度原子钟设计提供了新思路。然而在实践中, 必须综合考虑量子投影噪声、Dick 效应和相干时间限制所带来的影响。

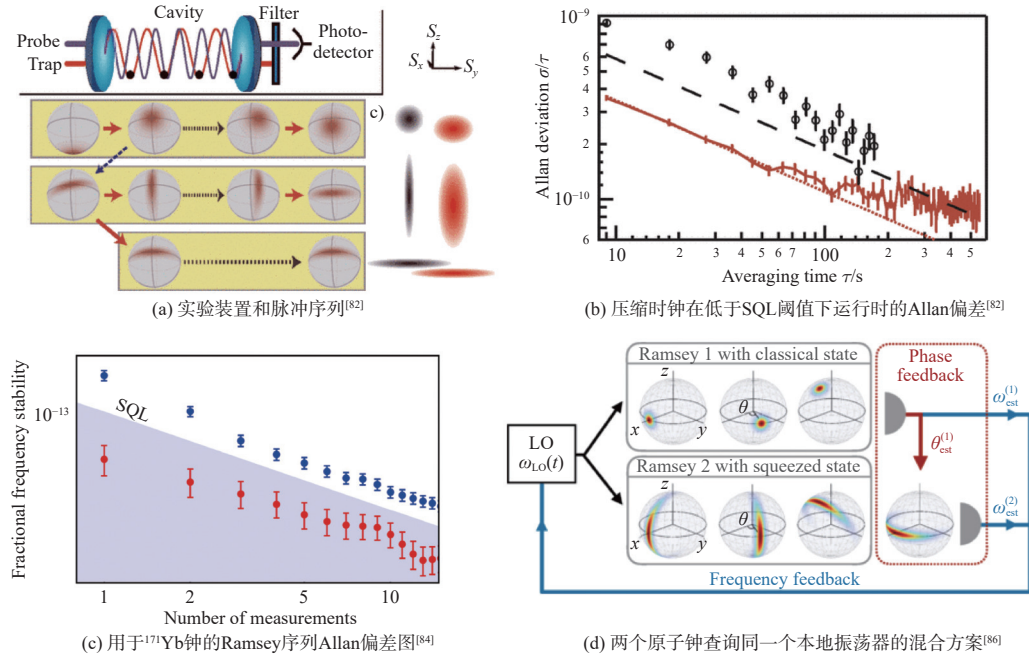


图8 利用自旋压缩态提升原子钟测量精度

Fig. 8 Utilizing spin-squeezed states to enhance measurement accuracy of atomic clocks

4.2 磁强计

磁场是最基本、最重要的物理量之一,对磁场进行高灵敏度的精确测量是一项关键需求。利用超高灵敏度的磁强计,可以无接触地测量大脑发出的微弱磁场,从而用于脑科学的研究,或者磁力勘探和磁异常探测水下目标,又或者探测空间磁场等。在过去的几十年里,虽然通过最大化系统中原子的数量及其自旋弛豫时间等方法提高灵敏度,但磁力计灵敏度仍受到量子噪声的根本限制,即来自于原子系综的量子投影噪声和来自探测光的光子散粒噪声^[87-88]。因此可利用压缩态的原子系综作为初始态或通过压缩光来探测,从而超越SQL限制。

在实际应用中,环境磁噪声会极大限制灵敏度。为显示量子增强优势,获得最佳灵敏度,需要将环境磁噪声屏蔽,可操作一对磁力计,其中一个磁力计充当参考传感器,耦合到这对磁力计的环境磁场噪声作为共模磁场噪声可通过梯度检测被有效地消除,如图9(a)和图9(b)所示。两对磁力计的探测光为四波混频所产生的纠缠双光束,两束光在强度差呈现压缩特性,使得它们的强度差噪声低于相干光的散粒噪声极限,如图9(c)所示。实验结果最大压缩为低于量子噪声极限的5.5 dB,梯度计的灵敏度在20 Hz时达到18 fT/cm $\sqrt{\text{Hz}}$ ^[88],如图9(d)所示。

自旋压缩态中的原子同样可以提高磁强计灵

敏度^[89]。利用深度学习结合QND是极具发展前景的^[90],利用QND和频闪探测,应用预测和回溯QND协议,如图10(a)和图10(b)所示,如3.1节利用QND制备自旋压缩态中所述,所获得的自旋压缩度为 (-3.23 ± 0.24) dB,灵敏度优于未使用压缩态情况,如图10(c)所示。将该纠缠原子系综跟踪各种随时间变化的磁场从而获得光学测量记录,利用DL网络深度学习模型从光学测量中推断出随时间变化的射频磁场幅度,实验结果表明DL网络具有很好的跟踪磁场信号,如图10(d)所示,且该技术适用于其他自旋系统。

最近,研究发现非线性塞曼效应会导致本征自旋压缩态的存在,该压缩态是由每个原子的核自旋和电子自旋之间的耦合产生^[91]。考虑非线性塞曼效应时,原子-磁场相互作用的哈密顿量形式与OAT哈密顿量形式相同,证明了在原子内存在本征自旋压缩态。与一般OAT不同的是,该哈密顿量中的角动量是单个原子,而一般OAT中指的为原子集体自旋角动量。虽然由于非线性塞曼效应会自然产生本征自旋压缩态,但其压缩度和压缩轴会随时间振荡,无法直接观测或用于磁传感。为了将本征自旋压缩态锁定在最佳压缩点,通过差分进化算法优化的动态解耦序列,使本征自旋压缩态的自由演化快速过渡振荡范围,从而实现量子锁定。通过使用量子锁定技术,凭借保持相干时间和自旋压缩的优势,灵敏度达到 $4.29 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。

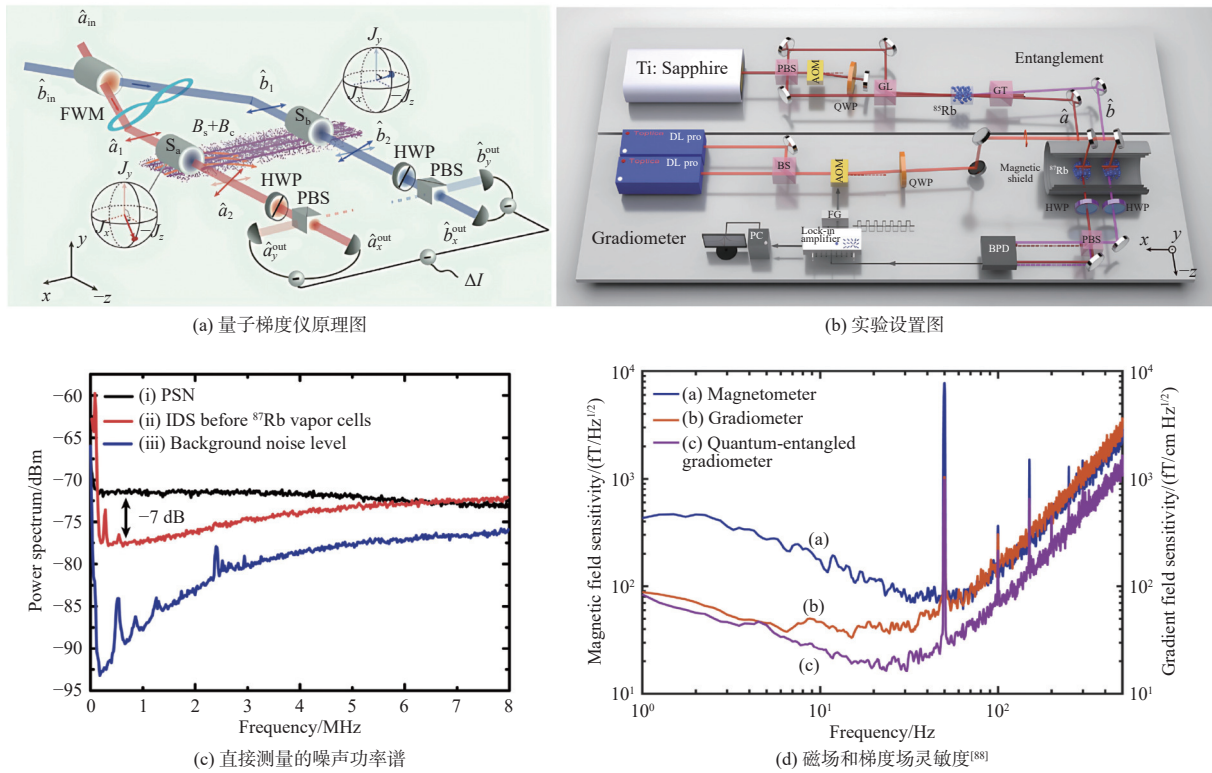


图9 基于压缩光的量子梯度仪

Fig. 9 Quantum gradient meter based on squeezed light

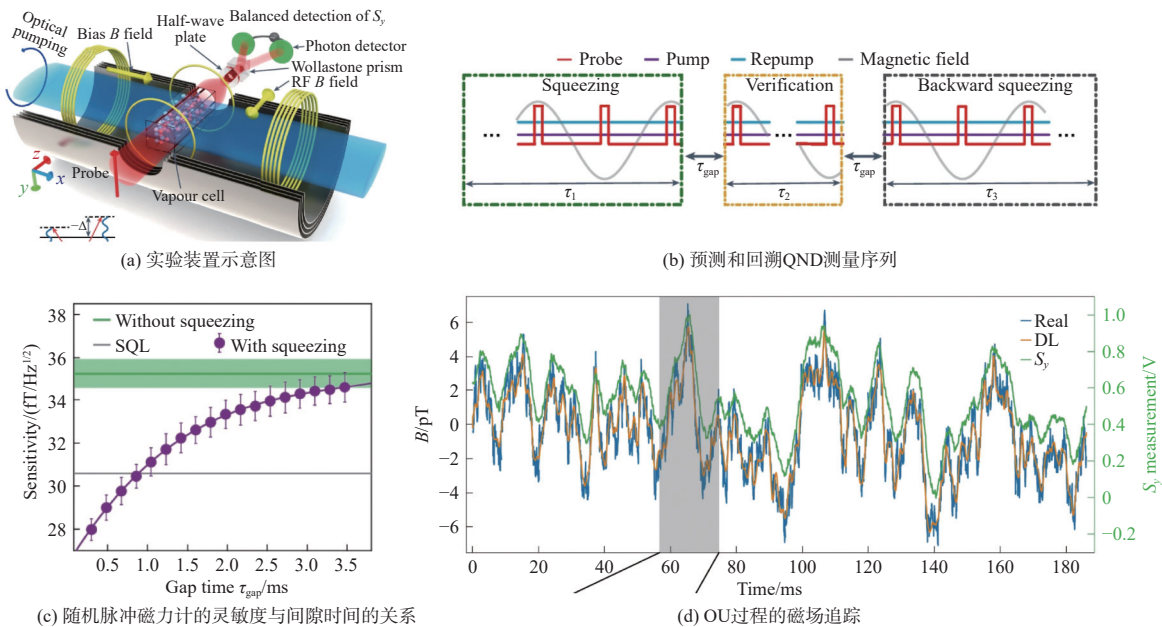


图10 深度学习结合QND和频闪探测的磁强计

Fig. 10 Deep-learning-enhanced magnetometer combining QND and stroboscopic detection

这种量子增强型磁力测量技术有望在地球磁场范围内的实际应用中发挥作用。

4.3 陀螺仪

陀螺仪是提供运动体瞬时角速率或角位置信息。高精度转动测量在基础物理、地球物理和惯

性导航等精密测量领域有着重要的科学前景和应用价值^[92-94]。基于Sagnac效应的光纤陀螺仪和原子干涉陀螺仪是最有望应用量子纠缠提高探测性能的陀螺仪。

光纤陀螺仪通过光纤线圈中两束反向传播光

的相位差测量角速度。理想情况下,光纤陀螺仪采用相干光作为光源,其基本测量极限受光子散粒噪声的限制,同理可引入纠缠光子,理论上随着光子纠缠数和平均光子数的增大,理论探测极限将极大提升,可突破经典光源的探测极限,显著提高纠缠增强陀螺的探测精度^[94]。使用通过自发参量下转换产生 810 nm 纠缠光源的光纤陀螺仪的相位灵敏度已经超越光子散粒噪声极限^[95],证明了量子增强的可行性,如图 11(a) 所示,虚线代表光子散粒噪声极限。最近首次提出利用非高斯态探针来增强量子光纤陀螺仪灵敏度的理论方案^[96],表明非高斯态探针在灵敏度和抗损耗性上均优于高斯态探针,为量子增强惯性传感提供了新思路,具有潜在的实际应用价值。同时利用连续变量纠缠态的分布式量子传感技术^[97],通过分束器阵列生成多模纠缠态,注入多个并行光纤干涉仪,能够在光纤损耗的现实限制下增强光纤陀螺仪的性能,使光纤陀螺仪的旋转测量灵敏度突破经典极限,最高提升约 2.7 倍,如图 11(b) 所示。

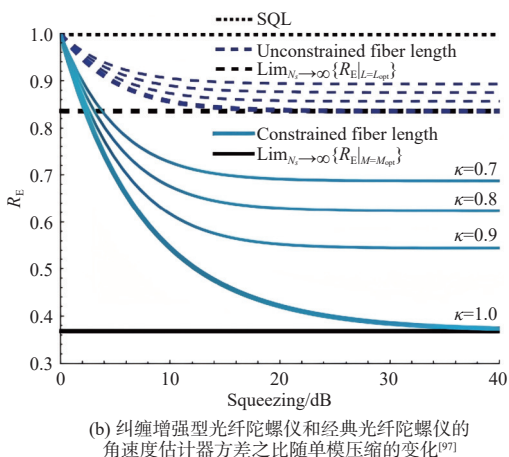
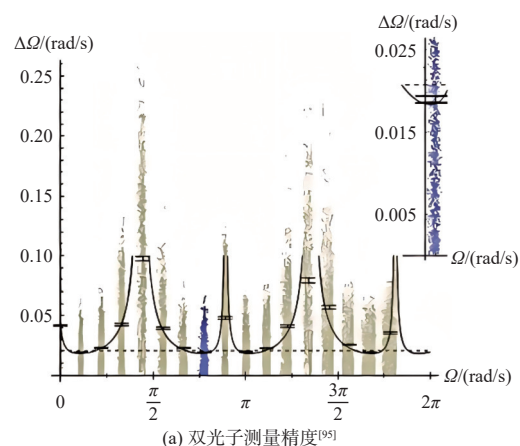


图 11 纠缠增强型光纤陀螺仪

Fig. 11 Quantum-entanglement-enhanced fiber gyroscope

原子干涉陀螺仪利用激光冷却与相干操控原子技术,结合物质波干涉的 Sagnac 效应,实现转动测量。当光学陀螺仪与原子干涉陀螺仪干涉环路面积相同时,转动相同角度原子干涉陀螺仪产生的相移比光纤陀螺仪高出约 10 个量级。纠缠原子态因其质量增强效应,有望进一步提升陀螺仪的测量精度^[98]。超冷原子系统为实现量子纠缠提供了一个可行的实验平台。通过 BEC 的量子相变生成纠缠态,结合干涉协议实现了亚散粒噪声的角速度测量^[99]。还有提出利用强相互作用原子系统的拓扑激发态实现高灵敏度旋转传感,通过多体纠缠突破散粒噪声极限^[100]。

陀螺仪利用纠缠等量子效应突破 SQL,理论上可实现 HL 的超高精度测量,但仍面临环境鲁棒性、可扩展性和工程化瓶颈等问题。尽管光纤陀螺仪和原子干涉陀螺仪等实验已初步验证量子增强的可行性,但性能的大幅度提升仍需克服众多挑战。这一进程虽充满不确定性,但每一步突破都在推动量子测量技术的革命性发展。

4.4 马赫-曾德尔干涉仪

干涉仪作为一类能够精确测量微小变化的精密仪器,其中马赫-曾德尔干涉仪 (Mach-Zehnder interferometer, MZI) 是一种最典型的相位估计模型,被广泛地用于精确测定相位变化。MZI 的最优相位估计精度是由输入态决定的,输入非经典的量子态可以实现超越 SQL,甚至达到 HL,例如双数态作为马赫-曾德尔干涉仪的输入态时,相位灵敏度和分辨率均可得到提升^[101-102]。实验将六粒子双数态输入到 MZI 中,通过输出端的光子数差测量进行相位估计。结果表明,测量的精度和探测区域均优于单条纹探测^[103]。合适的量子探测方案同样决定 MZI 的相位测量灵敏度。在无光子损耗 MZI 中,宇称探测是一种最优探测方案^[104],在最佳相位工作点附近相位测量的精度甚至可以达到 QCRB。但是在 MZI 存在光子损耗的情况下,宇称探测的相位测量精度会快速降低。所以,如何在 MZI 相位测量中提高对噪声的鲁棒性,仍然是一个有待探讨的重要问题。

5 结论

本综述介绍了量子精密测量的理论、量子纠缠在测量中的作用、纠缠态制备的机制和实际应用,重点为压缩态的实际应用。虽然人们在量子

纠缠领域的理论、实验和应用等方面取得重要进展,但仍面临诸多挑战,如纠缠态的大规模制备、退相干效应的抑制,以及复杂环境下的鲁棒性优化等。除了纠缠态制备之外,随着人工智能技术的发展,量子精密测量结合机器学习等算法优化参数估计极具发展前景,同时分布式量子传感网络为复杂物理量的同步检测提供新思路,这也进一步推动量子精密测量领域的应用。

随着量子技术的发展,量子精密测量将在基础物理领域和各行业应用中发挥更加关键的作用,不仅突破人类对量子世界的理解,还将引领下一代测量技术的突破,为科学研究和产业创新提供强有力地支撑。

参考文献:

- [1] 葛萌, 张铁犁, 刘浩, 等. 量子精密测量技术及其在测量领域的典型应用[J]. 宇航计测技术, 2023, 43(6): 1-6.
GE Meng, ZHANG Tieli, LIU Hao, et al. Quantum precision measurement technology and its typical applications in measurement field[J]. Journal of Astronautic Metrology and Measurement, 2023, 43(6): 1-6.
- [2] YE J, ZOLLER P. Essay: quantum sensing with atomic, molecular, and optical platforms for fundamental physics[J]. *Physical Review Letters*, 2024, 132(19): 190001.
- [3] 王恩龙, 王国超, 朱凌晓, 等. 原子自旋压缩在量子精密测量中的应用研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2024, 61(9): 13-24.
WANG Enlong, WANG Guochao, ZHU Lingxiao, et al. Progress of atomic spin squeezing and its applications in quantum precision measurement[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2024, 61(9): 13-24.
- [4] 郑盟锟, 尤力. 能够突破标准量子极限的原子双数态的制备研究[J]. *物理学报*, 2018, 67(16): 28-35.
TEY Meng-khoon, YOU Li. Generation of twin-fock states for precision measurement beyond the standard quantum limit[J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67(16): 28-35.
- [5] 王犇, 张利剑. 光量子精密测量研究进展[J]. *中国激光*, 2024, 51(1): 362-376.
WANG Ben, ZHANG Lijian. Progress in photonics quantum metrology[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2024, 51(1): 362-376.
- [6] HUANG J, ZHUANG M, LEE C. Entanglement-enhanced quantum metrology: from standard quantum limit to Heisenberg limit[J]. *Applied Physics Reviews*, 2024, 11(3): 31302.
- [7] POLINO E, VALERI M, SPAGNOLO N, et al. Photonic quantum metrology[J]. *AVS Quantum Science*, 2020, 2(2): 24703.
- [8] 肖太龙, 曾贵华. 量子精密测量参数估计优化研究进展[J]. *计测技术*, 2023, 43(4): 44-60.
XIAO Tailong, ZENG Guihua. Research progress of parameter estimation optimization in quantum metrology[J]. *Metrology & Measurement Technology*, 2023, 43(4): 44-60.
- [9] RAO C R. Information and the accuracy attainable in the estimation of statistical parameters[J]. Bulletin of the Calcutta Mathematical Society, 1945, 37(3): 81-91.
- [10] 任志红, 李岩, 李艳娜, 等. 基于量子 Fisher 信息的量子计量进展[J]. *物理学报*, 2019, 68(4): 76-105.
REN Zhihong, LI Yan, LI Yanna, et al. Development on quantum metrology with quantum Fisher information[J]. *Acta Physica Sinica*, 2019, 68(4): 76-105.
- [11] FISHER R A. On the mathematical foundations of theoretical statistics[J]. *Philosophical transactions of the Royal Society of London. Series A: Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 1922, 222(594-604): 309-368.
- [12] 蒋卫建, 赵鑫智, 余星磊, 等. 基于非厄米系统的量子精密测量和传感[J]. *激光与光电子学进展*, 2025, 62(11): 257-268.
JIANG Weijian, ZHAO Xinzhi, YU Xinglei, et al. Quantum metrology and quantum sensing using non-hermitian systems[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2025, 62(11): 257-268.
- [13] 郑凯敏, 张利剑. 量子增强时变参数估计研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2023, 60(11): 122-129.
ZHENG Kaimin, ZHANG Lijian. Progress on quantum-enhanced time-varying parameter estimation[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2023, 60(11): 122-129.
- [14] 王强, 曾杰, 焦高锋, 等. 主动关联马赫-曾德尔干涉仪中多参数相位估值的极限[J]. *华东师范大学学报(自然科学版)*, 2022(2): 135-142.
WANG Qiang, ZENG Jie, JIAO Gaofeng, et al. Limit of multi-parameter phase estimation in an actively correlated Mach-Zehnder interferometer[J]. *Journal of East China Normal University (Natural Science)*, 2022(2): 135-142.

- [15] 牛明丽, 王月明, 李志坚. 基于量子 Fisher 信息的耗散相互作用光-物质耦合常数的估计[J]. *物理学报*, 2022, 71(9): 23-30.
- NIU Mingli, WANG Yueming, LI Zhijian. Estimation of light-matter coupling constant under dispersive interaction based on quantum Fisher information[J]. *Acta Physica Sinica*, 2022, 71(9): 23-30.
- [16] GIOVANNETTI V, LLOYD S, MACCONE L. Quantum-enhanced measurements: beating the standard quantum limit[J]. *Science*, 2004, 306(5700): 1330-1336.
- [17] PEZZE L, SMERZI A. Entanglement, nonlinear dynamics, and the Heisenberg limit[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(10): 100401.
- [18] ZWIERZ M, PÉREZ-DELGADO C A, KOK P. General optimality of the Heisenberg limit for quantum metrology[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(18): 180402.
- [19] ZWIERZ M, PÉREZ-DELGADO C A, KOK P. Ultimate limits to quantum metrology and the meaning of the Heisenberg limit[J]. *Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2012, 85(4): 042112.
- [20] GIOVANNETTI V, LLOYD S, MACCONE L. Quantum metrology[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 96(1): 010401.
- [21] 侯铁军. 非厄密单轴扭曲模型的量子 Fisher 信息和自旋压缩以及相位退相干的影响[D]. 北京: 北京交通大学, 2017.
- HOU Tiejun. Quantum Fisher information and spin squeezing of the non-hermitian one-axis twisting model and the effect of dephasing[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2017.
- [22] 李筠. 玻色—爱因斯坦凝聚中的自旋压缩[D]. 上海: 华东师范大学, 2011.
- LI Yun. Spin squeezing in Bose-Einstein condensates[D]. Shanghai: East China Normal University, 2011.
- [23] 冯安莹. 暗共振原子系综的耗散诱导自旋压缩研究[D]. 武汉: 华中师范大学, 2023.
- FENG Anying. Dissipation-induced spin squeezing of dark resonance atomic ensembles[D]. Wuhan: Central China Normal University, 2023.
- [24] 鹿博, 韩成银, 庄敏, 等. 超冷原子系综的非高斯纠缠态与精密测量[J]. *物理学报*, 2019, 68(4): 66-75.
- LU Bo, HAN Chengyin, ZHANG Min, et al. Non-Gaussian entangled states and quantum metrology with ultracold atomic ensemble[J]. *Acta Physica Sinica*, 2019, 68(4): 66-75.
- [25] 吴玲娜. 关于可突破经典测量精度极限的原子纠缠态的研究[D]. 北京: 清华大学, 2017.
- WU Lingna. Study of atomic entangled states for beating the classical precision limit[D]. Beijing: Tsinghua University, 2017.
- [26] KITAGAWA M, UEDA M. Squeezed spin states[J]. *Physical Review A*, 1993, 47(6): 5138.
- [27] WINELAND D J, BOLLINGER J J, ITANO W M, et al. Squeezed atomic states and projection noise in spectroscopy[J]. *Physical Review A*, 1994, 50(1): 67.
- [28] SØRENSEN A, DUAN L M, CIRAC J I, et al. Many-particle entanglement with Bose-Einstein condensates[J]. *Nature*, 2001, 409(6816): 63-66.
- [29] KITZINGER J, MENG X, FADEL M, et al. Bell correlations in a split two-mode-squeezed Bose-Einstein condensate[J]. *Physical Review A*, 2021, 104(4): 043323.
- [30] TAKANO T, FUYAMA M, NAMIKI R, et al. Spin squeezing of a cold atomic ensemble with the nuclear spin of one-half[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(3): 033601.
- [31] AGARWAL G S, PURI R R, SINGH R P. Atomic Schrödinger cat states[J]. *Physical Review A*, 1997, 56(3): 2249.
- [32] DEB R N, ABDALLA M S, HASSAN S S, et al. Spin squeezing and entanglement in a dispersive cavity[J]. *Physical Review A*, 2006, 73(5): 053817.
- [33] CHAUDHURY S, MERKEL S, HERR T, et al. Quantum control of the hyperfine spin of a Cs atom ensemble[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(16): 163002.
- [34] KAWAGUCHI Y, UEDA M. Spinor Bose-Einstein condensates[J]. *Physics Reports*, 2012, 520(5): 253-381.
- [35] 王倩霞. 双组份玻色—爱因斯坦凝聚中的自旋压缩[D]. 北京: 北京交通大学, 2010.
- WANG Qianxia. Spin squeezing in two component Bose-Einstein condensates[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2010.
- [36] GROSS C, ZIBOLD T, NICKLAS E, et al. Nonlinear atom interferometer surpasses classical precision limit[J]. *Nature*, 2010, 464(7292): 1165-1169.
- [37] HAINE S A, LAU J, ANDERSON R P, et al. Self-induced spatial dynamics to enhance spin squeezing via one-axis twisting in a two-component Bose-Einstein

- condensate[J]. *Physical Review A*, 2014, 90(2): 023613.
- [38] JING Y, FADEL M, IVANNIKOV V, et al. Split spin-squeezed Bose-Einstein condensates[J]. *New Journal of Physics*, 2019, 21(9): 093038.
- [39] RIEDEL M F, BÖHI P, LI Y, et al. Atom-chip-based generation of entanglement for quantum metrology[J]. *Nature*, 2010, 464(7292): 1170-1173.
- [40] MERTES K M, MERRILL J W, CARRETERO-GONZÁLEZ R, et al. Nonequilibrium dynamics and superfluid ring excitations in binary Bose-Einstein condensates[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(19): 190402.
- [41] 黄馨瑶, 项玉, 孙风潇, 等. 平面自旋压缩态的产生与原子干涉的机理[J]. *物理学报*, 2015, 64(16): 28-35.
HUANG Xinyao, XIANG Yu, SUN Fengxiao, et al. Planar quantum squeezing and atom interferometry[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(16): 28-35.
- [42] LAUDAT T, DUGRAIN V, MAZZONI T, et al. Spontaneous spin squeezing in a rubidium BEC[J]. *New Journal of Physics*, 2018, 20(7): 073018.
- [43] WANG C, GAO C, JIAN C M, et al. Spin-orbit coupled spinor Bose-Einstein condensates[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(16): 160403.
- [44] HU H, RAMACHANDRAN B, PU H, et al. Spin-orbit coupled weakly interacting Bose-Einstein condensates in harmonic traps[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108(1): 010402.
- [45] XU Z F, LÜ R, YOU L. Emergent patterns in a spin-orbit-coupled spin-2 Bose-Einstein condensate[J]. *Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2011, 83(5): 053602.
- [46] HUANG Y, HU Z D. Spin and field squeezing in a spin-orbit coupled Bose-Einstein condensate[J]. *Scientific Reports*, 2015, 5(1): 8006.
- [47] CHEN L, ZHANG Y, PU H. Spin squeezing in a spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate[J]. *Physical Review A*, 2020, 102(2): 023317.
- [48] HUANG X Y, SUN F X, ZHANG W, et al. Spin-orbit-coupling-induced spin squeezing in three-component Bose gases[J]. *Physical Review A*, 2017, 95(1): 013605.
- [49] LI S S. Spin Squeezing in Bose-Einstein condensate with three-body interaction[J]. *Journal of Low Temperature Physics*, 2021, 203(1): 225-233.
- [50] KUZMICH A, BIGELOW N P, MANDEL L. Atomic quantum non-demolition measurements and squeezing[J]. *Europhysics Letters*, 1998, 42(5): 481-486.
- [51] GAMMELMARK S, JULSGAARD B, MØLMER K. Past quantum states of a monitored system[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(16): 160401.
- [52] BAO H, DUAN J, JIN S, et al. Spin squeezing of 1011 atoms by prediction and retrodiction measurements[J]. *Nature*, 2020, 581(7807): 159-163.
- [53] ORENES D B, SEWELL R J, LODEWYCK J, et al. Improving short-term stability in optical lattice clocks by quantum non-demolition measurement[J]. *Physical Review Letters*, 2022, 128(15): 153201.
- [54] BOWDEN W, VIANELLO A, HILL I R, et al. Improving the Q factor of an optical atomic clock using quantum non-demolition measurement[J]. *Physical Review X*, 2020, 10(4): 041052.
- [55] BALYBIN S, SALYKINA D, KHALILI F Y. Improving the sensitivity of Kerr quantum non-demolition measurement via squeezed light[J]. *Physical Review A*, 2023, 108(5): 053708.
- [56] SALYKINA D, BALYBIN S, KHALILI F Y. Intracavity squeezing for a Kerr quantum non-demolition measurement scheme[J]. *Physical Review A*, 2025, 111(1): 013715.
- [57] BALYBIN S N, MATSKO A B, KHALILI F Y, et al. Quantum non-demolition measurements of photon number in monolithic microcavities[J]. *Physical Review A*, 2022, 106(1): 013720.
- [58] 王恩龙, 王国超, 朱凌晓, 等. 一种面向原子干涉仪均匀量子非破坏测量的光学环形腔[J]. *物理学报*, 2025, 74(3): 86-97.
WANG Enlong, WANG Guochao, ZHU Lingxiao, et al. Optical ring cavity for homogeneous quantum non-demolition measurement in atom interferometer[J]. *Acta Physica Sinica*, 2025, 74(3): 86-97.
- [59] SERAFIN A, FADEL M, TREUTLEIN P, et al. Nuclear spin squeezing in Helium-3 by continuous quantum non-demolition measurement[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(1): 013601.
- [60] SCHLEIER-SMITH M H, LEROUX I D, VULETIĆ V. Squeezing the collective spin of a dilute atomic ensemble by cavity feedback[J]. *Physical Review A*, 2010, 81(2): 021804.
- [61] VITAGLIANO G, APELLANIZ I, KLEINMANN M, et

- al. Entanglement and extreme spin squeezing of unpolarized states[J]. *New Journal of Physics*, 2017, 19(1): 013027.
- [62] LÜCKE B, SCHERER M, KRUSE J, et al. Twin matter waves for interferometry beyond the classical limit[J]. *Science*, 2011, 334(6057): 773-776.
- [63] LUO X Y, ZOU Y Q, WU L N, et al. Deterministic entanglement generation from driving through quantum phase transitions[J]. *Science*, 2017, 355(6325): 620-623.
- [64] ZHUANG M, HUO H, QIU Y, et al. Heisenberg-limited frequency estimation via driving through quantum phase transitions[J]. *Physical Review Applied*, 2021, 16(6): 064056.
- [65] HUANG J, QIN X, ZHONG H, et al. Quantum metrology with spin cat states under dissipation[J]. *Scientific reports*, 2015, 5(1): 17894.
- [66] HUANG J, ZHUANG M, LU B, et al. Achieving Heisenberg-limited metrology with spin cat states via interaction-based readout[J]. *Physical Review A*, 2018, 98(1): 012129.
- [67] DOOLEY S, SPILLER T P. Fractional revivals, multiple-Schrödinger-cat states, and quantum carpets in the interaction of a qubit with N qubits[J]. *Physical Review A*, 2014, 90(1): 012320.
- [68] LUO C, HUANG J, ZHANG X, et al. Heisenberg-limited Sagnac interferometer with multiparticle states[J]. *Physical Review A*, 2017, 95(2): 023608.
- [69] HUANG J, ZHUANG M, LEE C. Non-Gaussian precision metrology via driving through quantum phase transitions[J]. *Physical Review A*, 2018, 97(3): 032116.
- [70] LEE C. Adiabatic Mach-Zehnder interferometry on a quantized Bose-Josephson junction[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(15): 150402.
- [71] BLOOM B J, NICHOLSON T L, WILLIAMS J R, et al. An optical lattice clock with accuracy and stability at the 10^{-18} level[J]. *Nature*, 2014, 506(7486): 71-75.
- [72] GAO Q, ZHOU M, HAN C, et al. Systematic evaluation of a ^{171}Yb optical clock by synchronous comparison between two lattice systems[J]. *Scientific Reports*, 2018, 8(1): 8022.
- [73] DICK G J. Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards[C]//Proceedings of the 19th Annual Precise Time and Time Interval Systems and Applications Meeting. California: ION, 1989: 133-147.
- [74] SCHIOPPO M, BROWN R C, MCGREW W F, et al. Ultrastable optical clock with two cold-atom ensembles[J]. *Nature Photonics*, 2017, 11(1): 48-52.
- [75] SZIGETI S S, HOSTEN O, HAINE S A. Improving cold-atom sensors with quantum entanglementP: prospects and challenges[J]. *Applied Physics Letters*, 2021, 118(14): 140501.
- [76] AKATSUKA T, TAKAMOTO M, KATORI H. Three-dimensional optical lattice clock with bosonic ^{88}Sr atoms[J]. *Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2010, 81(2): 023402.
- [77] CAMPBELL S L, HUTSON R B, MARTI G E, et al. A Fermi-degenerate three-dimensional optical lattice clock[J]. *Science*, 2017, 358(6359): 90-94.
- [78] SCHINE N, YOUNG A W, ECKNER W J, et al. Long-lived Bell states in an array of optical clock qubits[J]. *Nature Physics*, 2022, 18(9): 1067-1073.
- [79] MADJAROV I S, COOPER A, SHAW A L, et al. An atomic-array optical clock with single-atom readout[J]. *Physical Review X*, 2019, 9(4): 041052.
- [80] LUDLOW A D, BOYD M M, YE J, et al. Optical atomic clocks[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2015, 87(2): 637-701.
- [81] HOSTEN O, ENGELSEN N J, KRISHNAKUMAR R, et al. Measurement noise 100 times lower than the quantum-projection limit using entangled atoms[J]. *Nature*, 2016, 529(7587): 505-508.
- [82] LEROUX I D, SCHLEIER-SMITH M H, VULETIĆ V. Orientation-dependent entanglement lifetime in a squeezed atomic clock[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(25): 250801.
- [83] PEDROZO-PENAFIEL E, COLOMBO S, SHU C, et al. Entanglement on an optical atomic-clock transition[J]. *Nature*, 2020, 588(7838): 414-418.
- [84] COLOMBO S, PEDROZO-PENAFIEL E, VULETIĆ V. Entanglement-enhanced optical atomic clocks[J]. *Applied Physics Letters*, 2022, 121(21): 210502.
- [85] ROBINSON J M, MIKLOS M, TSO Y M, et al. Direct comparison of two spin-squeezed optical clock ensembles at the 10^{-17} level[J]. *Nature Physics*, 2024, 20(2): 208-213.
- [86] PEZZÈ L, SMERZI A. Heisenberg-limited noisy atomic clock using a hybrid coherent and squeezed state protocol[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(21): 210502.

- 210503.
- [87] BUDKER D, ROMALIS M. Optical magnetometry[J]. *Nature Physics*, 2007, 3(4): 227-234.
- [88] WU S, BAO G, GUO J, et al. Quantum magnetic gradiometer with entangled twin light beams[J]. *Science Advances*, 2023, 9(15): 1760.
- [89] HORROM T, SINGH R, DOWLING J P, et al. Quantum-enhanced magnetometer with low-frequency squeezing[J]. *Physical Review A*, 2012, 86(2): 023803.
- [90] DUAN J, HU Z, LU X, et al. Concurrent spin squeezing and field tracking with machine learning[J]. *Nature Physics*, 2025: 1-7.
- [91] YANG P, BAO G, CHEN J, et al. Quantum locking of intrinsic spin squeezed state in Earth-field-range magnetometry[J]. *NPJ Quantum Information*, 2025, 11(1): 36.
- [92] 陆泽茜, 姚战伟, 毛寅飞, 等. 原子干涉陀螺仪研究现状及应用分析[J]. *导航与控制*, 2024, 23(2): 1-18.
- LU Zexi, YAO Zhanwei, MAO Yinfei, et al. Research progress and application analysis of the practical application for cold atom interference gyroscope[J]. *Navigation and Control*, 2024, 23(2): 1-18.
- [93] 史文策, 许江宁, 林恩凡. 陀螺仪的发展与展望[J]. *导航定位学报*, 2021, 9(3): 8-12.
- SHI Wence, XU Jiangning, LIN Enfan. Development and prospect of gyroscope[J]. *Journal of Navigation and Positioning*, 2021, 9(3): 8-12.
- [94] 阮驰, 张昌昌, 尹飞, 等. 光纤光子纠缠增强陀螺的现状与认知[J]. *导航与控制*, 2021, 20(4): 9-23.
- RUAN Chi, ZHANG Changchang, YIN Fei, et al. Cognition and superficial view of entanglement-enhanced optical gyroscope[J]. *Navigation and Control*, 2021, 20(4): 9-23.
- [95] FINK M, STEINLECHNER F, HANDSTEINER J, et al. Entanglement-enhanced optical gyroscope[J]. *New Journal of Physics*, 2019, 21(5): 053010.
- [96] ZHANG W X, ZHANG R, ZUO Y, et al. Enhancing the sensitivity of quantum fiber - optical gyroscope via a non - Gaussian - state probe[J]. *Advanced Quantum Technologies*, 2025, 8(1): 2400270.
- [97] GRACE M R, GAGATSOS C N, ZHUANG Q, et al. Quantum-enhanced fiber-optic gyroscopes using quadrature squeezing and continuous-variable entanglement[J]. *Physical Review Applied*, 2020, 14(3): 034065.
- [98] COOPER J J, HALLWOOD D W, DUNNINGHAM J A. Entanglement-enhanced atomic gyroscope[J]. *Physical Review A*, 2010, 81(4): 043624.
- [99] RICO-GUTIERREZ L M, SPILLER T P, DUNNINGHAM J A. Quantum-enhanced gyroscopy with rotating anisotropic Bose-Einstein condensates[J]. *New Journal of Physics*, 2015, 17(4): 043022.
- [100] RAGOLE S, TAYLOR J M. Interacting atomic interferometry for rotation sensing approaching the Heisenberg limit[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 117(20): 203002.
- [101] HOU L L, WANG S, XU X F. Optical enhanced interferometry with two-mode squeezed twin-Fock states and parity detection[J]. *Chinese Physics B*, 2020, 29(3): 034203.
- [102] 李俊宏, 冯夏宁, 韦联福. 干涉仪量子增强相位精密测量的光子损耗鲁棒性[J]. *激光技术*, 2025, 49(2): 159-165.
- LI Junhong, FENG Xianing, WEI Lianfu. Photon loss robustness of optical interferometer for quantum enhanced phase precision measurements[J]. *Laser Technology*, 2025, 49(2): 159-165.
- [103] XU J H, WANG J Z, CHEN A X, et al. Optimal phase estimation with photon number difference measurement using twin-Fock states of light[J]. *Chinese Physics B*, 2019, 28(12): 120303.
- [104] SESHADR EESAN K P, ANISIMOV P M, LEE H, et al. Parity detection achieves the Heisenberg limit in interferometry with coherent mixed with squeezed vacuum light[J]. *New Journal of Physics*, 2011, 13(8): 083026.