

基于差分进化算法的微秒级超高速椭圆偏测量研究

王赛飞 张瑞 薛鹏 徐承雨 王志斌

Microsecond ultra-high speed ellipsometry measurement technology based on differential evolutionary algorithm

WANG Saifei, ZHANG Rui, XUE Peng, XU Chengyu, WANG Zhibin

引用本文:

王赛飞, 张瑞, 薛鹏, 等. 基于差分进化算法的微秒级超高速椭圆偏测量研究[J]. 应用光学, 2025, 46(4): 859–867. DOI: 10.5768/JAO202546.0403006

WANG Saifei, ZHANG Rui, XUE Peng, et al. Microsecond ultra-high speed ellipsometry measurement technology based on differential evolutionary algorithm[J]. Journal of Applied Optics, 2025, 46(4): 859–867. DOI: 10.5768/JAO202546.0403006

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.5768/JAO202546.0403006>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

100 kHz弹光调制器多功能调制仿真

Multi-function modulation simulation of 100 kHz photoelastic modulator

应用光学. 2024, 45(1): 63–69 <https://doi.org/10.5768/JAO202445.0101009>

弹光调制器动态参数测量与高效驱动匹配研究

Dynamic parameter measurement and efficient drive matching method for PEM

应用光学. 2024, 45(2): 415–421 <https://doi.org/10.5768/JAO202445.0203003>

利用反馈光路的弹光调制器定标及稳定控制

Calibration and stability control for photoelastic modulator using feedback optical path

应用光学. 2022, 43(5): 935–942 <https://doi.org/10.5768/JAO202243.0503002>

弹光调制器延迟量幅值分布测量

Measurement of delay amplitude distribution of elastic light modulator

应用光学. 2025, 46(2): 404–411 <https://doi.org/10.5768/JAO202546.0203006>

用于旋光检测的高频率小延迟量弹光调制器设计

Design of high frequency and small delay elastic modulator for optical rotation detection

应用光学. 2025, 46(3): 676–681 <https://doi.org/10.5768/JAO202546.0303003>

基于双弹光的椭圆偏参量稳定测量系统设计

Design of ellipsometry parametric stable measurement system based on double-elastic light

应用光学. 2025, 46(2): 372–379 <https://doi.org/10.5768/JAO202546.0203002>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

文章编号: 1002-2082 (2025) 04-0859-09

引用格式: 王赛飞, 张瑞, 薛鹏, 等. 基于差分进化算法的微秒级超高速椭偏测量研究[J]. 应用光学, 2025, 46(4): 859-867.

WANG Saifei, ZHANG Rui, XUE Peng, et al. Microsecond ultra-high speed ellipsometry measurement technology based on differential evolutionary algorithm[J]. Journal of Applied Optics, 2025, 46(4): 859-867.



在线阅读

基于差分进化算法的微秒级超高速椭偏测量研究

王赛飞^{1,2}, 张瑞^{2,3}, 薛鹏^{2,4}, 徐承雨^{2,3}, 王志斌^{1,2}

(1. 中北大学 仪器与电子学院, 山西 太原 030051; 2. 中北大学 山西省智能微波光电技术创新中心, 山西 太原 030051;
3. 中北大学 信息与通信工程学院, 山西 太原 030051; 4. 中北大学 电气与控制工程学院, 山西 太原 030051)

摘要: 针对传统机械旋转补偿器型椭偏测量时间分辨率低、稳定性较差等问题, 提出一种基于差分进化算法的穆勒矩阵求解系统模型, 在此基础上结合超高速弹光调制实现了全穆勒矩阵微秒级测量。首先, 通过对双驱动弹光调制器 (photoelastic modulator, PEM) 的工作模式展开研究, 证明了在纯行波模式下, 能够实现快轴方向的快速且周期性的旋转; 然后, 设计并加工了驱动频率分别为 60 kHz 和 100 kHz 的 PEMs, 构建了基于双驱动 PEM 的超高速椭偏测量模型, 通过差分进化算法进行光强拟合, 建立了穆勒矩阵求解系统模型, 求解得到其光学周期在微秒级, 对样品穆勒矩阵所有元素拟合的均方误差均小于 0.001。

关键词: 弹光调制器; 超高速快轴旋转; 差分进化算法; 穆勒矩阵

中图分类号: TN202; TN247

文献标志码: A

DOI: 10.5768/JAO202546.0403006

Microsecond ultra-high speed ellipsometry measurement technology based on differential evolutionary algorithm

WANG Saifei^{1,2}, ZHANG Rui^{2,3}, XUE Peng^{2,4}, XU Chengyu^{2,3}, WANG Zhibin^{1,2}

(1. School of Instrument and Electronics, North University of China, Taiyuan 030051, China; 2. Technology Innovation Center of Shanxi Provincial for Intelligent Microwave Photoelectric, North University of China, Taiyuan 030051, China; 3. School of Information and Communication Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China; 4. School of Electrical and Control Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: Aiming at the problems of low time resolution and poor stability of traditional mechanical rotary compensator ellipsometry, a system model for solving Muller matrix based on differential evolution algorithm was proposed. On this basis, the microsecond-level measurement of full Mueller matrix was achieved by combining ultra-high speed photoelastic modulation. Firstly, by studying the working mode of the double driven photoelastic modulator (PEM), it was proved that in the pure traveling wave mode, fast and periodic rotation in the fast axis direction could be achieved. Then, the PEMs with driving frequencies of 60 kHz and 100 kHz were designed and fabricated, and a ultra-high speed ellipsometry model based on dual driving PEM was constructed. The light intensity was fitted through differential evolution algorithm, and a system model for solving Muller matrix was established. The optical period was found to be in microseconds, and the mean square error of fitting all elements of the sample Muller matrix was less than 0.001.

收稿日期: 2025-02-26; 修回日期: 2025-05-21

基金项目: 国家自然科学基金 (62105302)

作者简介: 王赛飞 (2001—), 女, 硕士研究生, 主要从事弹光调制器、椭偏测量技术研究。E-mail: 926006413@qq.com

通信作者: 张瑞 (1987—), 男, 博士, 教授, 主要从事光电探测、光谱偏振成像、光谱椭偏测量等研究。

E-mail: zhangrui@nuc.edu.cn

Key words: photoelastic modulator; ultra-high speed fast axis rotation; differential evolutionary algorithm; Mueller matrix

引言

椭圆偏振测量技术作为一种非破坏性高精度光学表征方法,可通过分析偏振光经过样品后偏振态的演变规律来获取其光学常数等信息,在薄膜检测、半导体与微电子制造、半导体在线检测以及新能源与功能材料研发等前沿领域具有不可替代的作用^[1-4]。随着各领域的发展,对高速测量技术与方法提出了更高的要求,例如薄膜的成膜过程监测,需要对其光学常数(厚度与折射率)和纳米结构进行实时追踪检测。传统穆勒矩阵椭圆偏测量技术因机械调制解调及探测器响应频率的限制,时间分辨率通常被约束在秒量级水平,难以满足对快速实时测量的需求^[5]。相较之下,双驱动弹光调制器(photoelastic modulator, PEM)调制频率高、效率高、光谱应用范围大,在偏振测量领域应用前景广阔^[6]。

2003年,有研究者提出傅里叶分析改进方法,通过优化旋转角度和数据处理算法,将部分元素的测量精度提升至亚纳米级,但全矩阵元素测量仍需多次重复操作^[7];2018年,曹奇志团队提出基于双折射晶体的快拍穆勒矩阵成像测偏技术,通过改进型萨瓦偏光镜实现无机械运动部件的单次快拍测量,可同时获取全部16个穆勒矩阵元素,但其空间分辨率相对较低^[8];2020年,Hinds Instruments推出的150 XT Mueller偏振计采用四PEM并行调制技术,首次在商业仪器中实现全16元素同步测量,时间分辨率达到亚秒级(约0.1秒),但结构较为复杂,可能导致成本较高;2023年,暨南大学黄剑文提出一种基于光学时间拉伸的穆勒矩阵测量系统,将测量速度提高到10 ns量级,但系统的准确度与可靠性有限^[9];2024年薛鹏等人设计了一种45°双驱动圆形PEM,其快轴旋转频率可达微秒级^[10-11],但只是提出了该模型,并未对其后续应用作详细说明。

基于以上分析,本文以传统椭圆偏测量理论为基础,采用一种快轴可调的45°双驱动圆形PEM,结合差分进化算法的光强拟合策略,对搭建的光学系统进行理论计算,实现了穆勒矩阵全元素的准确测量,时间分辨率在微秒级。应用于实际将有效突破传统椭圆偏仪在高速与瞬态检测中的技术瓶颈,为半导体制造、光学薄膜检测、新能源研发等

领域提供高可靠性的解决方案,具有显著的经济效益与应用价值。

1 双驱动 PEM 基本原理

传统 PEM 通常采用单压电驱动器结构,通过机械谐振产生周期性应力,调制快轴方向或相位延迟量,其依赖机械谐振频率,调制频率通常在几十千赫兹范围内,难以满足超高速测量需求。传统 PEM 通常仅支持单一调制模式,快轴方位角固定,椭圆仪只存在单个 PEM 时,无法完整测得穆勒矩阵的全部元素^[12]。本文采用的快轴可调双驱动 PEM 由圆形弹光晶体 C 和两个压电驱动器 A 和 B 组成,其结构如图 1 所示。

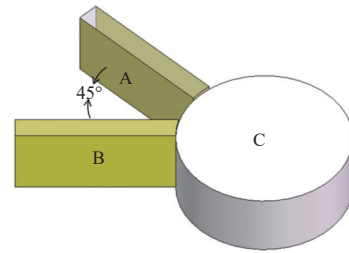


图 1 弹光调制器

Fig. 1 Photoelastic modulator

双驱动 PEM 的两个压电驱动器之间的夹角为 45°, 当压电驱动器受到一个周期应力时, 它所在的方向会周期性地往复振动, 这种振动将会带动弹光晶体进行振动, 迫使弹光晶体进入谐振状态^[13], 而相应的应力驻波则会在弹光晶体受到压力谐振时产生, 使得弹光晶体内会有两个相差 45° 的应力驻波相互叠加, 进而使快轴方向发生变化。C 中的应力驻波为:

$$S = S_A \cos(\omega t - 2\theta) + S_A \cos(\omega t + 2\theta) + S_B \cos(\omega t - 2(\theta - \frac{\pi}{4}) - \alpha) + S_B \cos(\omega t + 2(\theta - \frac{\pi}{4}) - \frac{\pi}{2} - \alpha) \quad (1)$$

整理后可得:

$$S = \sqrt{S_A^2 + S_B^2 + 2S_A S_B \sin \alpha} \cdot \cos(\omega t - 2\theta + \varphi_1) + \sqrt{S_A^2 + S_B^2 - 2S_A S_B \sin \alpha} \cdot \cos(\omega t + 2\theta + \varphi_2) \quad (2)$$

式中:

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{S_B \cos \alpha}{S_A + S_B \sin \alpha}\right) \quad (3)$$

$$\varphi_2 = \arctan(-\frac{S_B \cos \alpha}{S_A - S_B \sin \alpha}) \tag{4}$$

式中： S_A 、 S_B 分别为 A、B 两个压电驱动器在弹光晶体内部产生的应力幅值； α 为 B 与 A 之间的相位差； θ 为空间位置； $\pi/4$ 表示 B 与 A 空间位置的差值； $\omega = 2\pi f$, f 为 PEM 谐振频率, t 为时间。

当 $\alpha = \pm\pi/2$, 且 $S_A=S_B$ 时, 可将式(2)改写为:

$$S = 2S_A \cos(\omega t \pm 2\theta) \tag{5}$$

表明纯行波模式下, 相位延迟量为常量, 弹光调制器的快轴作圆周运动, 频率为 PEM 谐振频率的一半, 旋转方向由两驱动之间相位差决定, α 为正时, 方向为顺时针, 否则为逆时针。

PEM 的压电驱动器主要采用 x-18.5°切型, 材料为石英晶体, 其谐振频率 f_1 为:

$$f_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{1}{\rho S_{22}}} \tag{6}$$

表 1 为压电晶体相关参数。经计算, 频率为 60 kHz 的压电晶体的长度 l 约为 4.31 mm, 频率为 100 kHz 的压电晶体的长度 l 约为 25.39 mm。

表 1 压电晶体参数

Table 1 Piezoelectric crystal parameters		
参量	属性	值
ρ	密度/ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	2 684
S_{22}	柔顺系数/ $\text{m}^2\cdot\text{N}^{-1}$	$14.4\ 544\times 10^{-12}$

熔融石英的性质稳定, 透光性与纯度高, 因此可作为弹光晶体的材料, 其谐振频率 f_2 为:

$$f_2 = \frac{1}{2d} \sqrt{\frac{E}{\nu(1+\epsilon)}} \tag{7}$$

表 2 为弹光晶体的相关参数。经计算, 频率为 60 kHz 的弹光晶体的直径 d 约为 4.42 mm, 频率为 100 kHz 的弹光晶体的直径 d 约为 26.05 mm。

表 2 弹光晶体参数

Table 2 Photoelastic crystal parameters		
参量	属性	值
E	杨氏模量/GPa	70
ν	密度/ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	2 203
ϵ	泊松比	0.17

对于两个不同谐振频率的 PEM, 利用 COMSOL 进行仿真, 得到其表面位移与应力分布分别如图 2、图 3 所示。

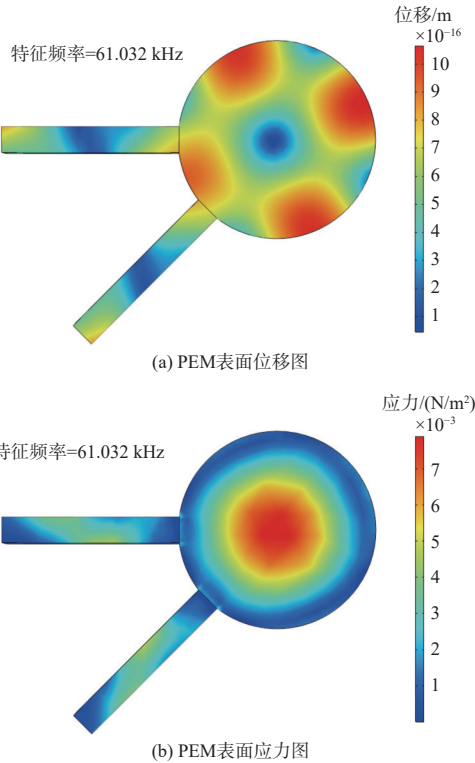


图 2 60 kHz 弹光调制器仿真图
Fig. 2 Simulation diagram of 60 kHz elastic light modulator

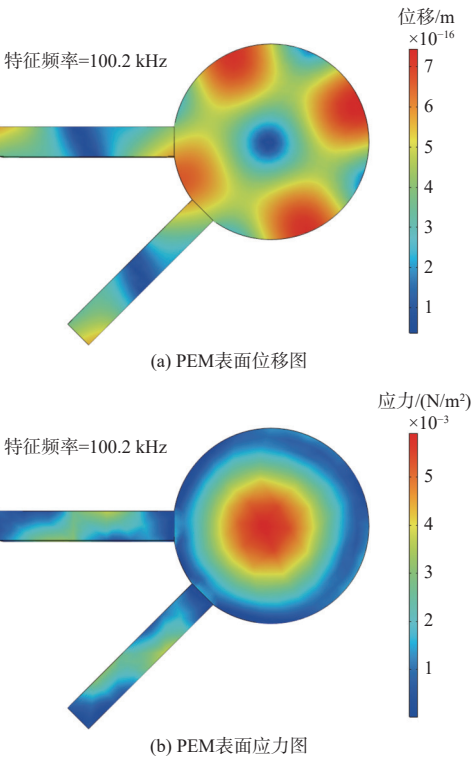


图 3 100 kHz 弹光调制器仿真图
Fig. 3 Simulation diagram of 100 kHz elastic light modulator

根据以上理论分析, 对 PEM 进行加工制备, 实物如图 4 所示, 从左到右依次为 60 kHz, 100 kHz

PEM。晶体的各个尺寸参数如表3所示。

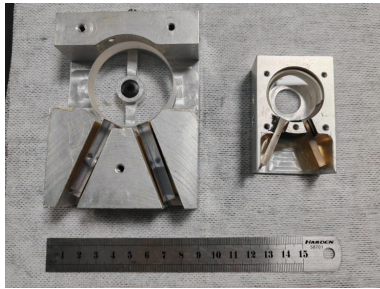


图4 弹光调制器实物图

Fig. 4 Physical image of PEM

表3 PEM几何尺寸

Table 3 Geometric dimension parameters of PEM

频率/kHz	弹光晶体 直径/mm	弹光晶体 厚度/mm	压电晶体 长度/mm	压电晶体 宽度/mm	压电晶体 高度/mm
60	47.77	15.20	42.88	19.20	6.5
100	26.88	13.80	28.40	14.80	4.0

2 差分进化算法

在理想情况下,模型预测的光强与通过实际测量并归一化后的光强应当完全吻合。然而,由于多种误差因素的干扰,如弹光晶体的温漂、仪器精度限制以及模型本身的简化假设等,导致理论计算的光强与实测光强之间不可避免地出现了残差。精确求解样品穆勒矩阵的关键在于最小化这些残差的总和,从而实现对模型参数的最优调整。这实质上是一个复杂的全局优化问题,需要采用合适的数学方法来求解^[14]。

在具体操作上,通常采用最小二乘法作为拟合工具,该方法的核心在于调整模型中的未知参数即穆勒矩阵的16个独立矩阵元,以使得目标函数——即理论预测的光强值与实际光强值间的残差平方和(RSS)达到最小,用数学公式表示为:

$$\chi^2 = \min \left[\sum_{i=1}^{m \times n} (I_{t,i} - I_{out,i})^2 \right] \quad (8)$$

式中: $m \times n$ 为采集的光强个数; $I_{t,i}$ 、 $I_{out,i}$ 为第 i 次测量的理论值与实际测量值。

式(8)所示的目标函数综合考量了所有样本点上的预测误差,旨在通过全局调整,实现模型输出与实验观测之间的最佳匹配。通过最小化残差平方和,我们可以期望得到更接近真实物理情况的穆勒矩阵解。传统的优化算法存在固有的局限性,梯度类算法依赖目标函数的一阶导数信息,而

牛顿法虽利用二阶导数加速收敛,却受限于矩阵的计算复杂度与正定性要求。这些方法普遍对初始值敏感,难以满足复杂非线性系统的全局优化需求,容易陷入局部最优解中。

差分进化算法(differential evolution, DE)作为一种随机搜索策略,其核心是通过数学抽象生物进化中的差异化竞争机制,实现复杂优化问题的全局求解^[15]。该算法通过模拟自然界中的进化法则,使个体不断进行变异、交叉,形成更加优秀的下一代,并通过选择机制逐步逼近参数的真实值。该算法具有基于差异向量的变异机制,使其能够进行全局搜索,适合于非线性的复杂优化问题,既能广泛探索解空间,又能逐步收敛到全局最优解。

其基本操作如下:

1) 种群初始化

生成初始种群 X , 表示为:

$$x_i^k = [x_{i,1}^k, x_{i,2}^k, x_{i,3}^k, \dots, x_{i,M}^k], i = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

式中: N 为初始解个体数,也为代拟合参数个数; x_i^k 为第 k 次迭代的个体; M 为每个参数可能解的数量; $x_{i,M}^k$ 为第 k 次迭代中第 i 个参数初始解集 x_i^k 中第 M 个个体。 x_i^0 为初代个体,也为初始解,如式(10)所示:

$$x_i^0 = M_{\min} + \text{rand}_i(0, 1)(M_{\max} - M_{\min}) \quad (10)$$

式中: $M_{\max}$ 和 $M_{\min}$ 分别为解的最大值与最小值; $\text{rand}_i(0, 1)$ 为 $0 \sim 1$ 之间的随机数,注意,每次迭代该随机数都应随机产生。

2) 变异操作

变异操作是算法的核心环节之一,主要目的是在种群中产生新的个体。第 k 代的变异算子 v_i^k 为:

$$v_i^k = x_{r1}^k + F(x_{r2}^k - x_{r3}^k) \quad (11)$$

变异算子 v_i^k 由随机选取的除 x_i 外的3个不同个体 x_{r1}^k 、 x_{r2}^k 、 x_{r3}^k 进行差分操作形成。式(11)中 F 为变异因子,当 F 值较小时,变异个体与目标个体之间的差异较小,后期进行精细的局部搜索,提高解的精度,但是算法收敛过慢;当 F 值较大时,变异个体与目标个体之间的差异较大,早期扩大搜索范围,避免过早收敛到局部最优解,但是后期容易无法实现稳定收敛。因此,本文采用的变异因子 F 会随当代种群的整体情况而不断调整^[16], x_{r1}^k 、 x_{r2}^k 、 x_{r3}^k 为3个随机个体,对应的适应度为 a_{r1} 、 a_{r2} 和 a_{r3} , 并且 $a_{r3} > a_{r2} > a_{r1}$ 。第 i 代变异因子 F_i 为:

$$F_i = F_1 + (F_u - F_1) \frac{a_{r2} - a_{r1}}{a_{r3} - a_{r1}} \quad (12)$$

式中: F_l 、 F_u 为控制变异率的参数, $F_l=0.1$, $F_u=0.9$ 。

3) 交叉操作

以一定的概率接受变异因子,在此基础上生成交叉算子。其表达式为:

$$h_{i,j}^k = \begin{cases} v_{i,j}^k, \text{rand}(0,1) \leq P_{cr} \\ x_{i,j}^k, \text{else} \end{cases} \quad (13)$$

式中: $\text{rand}(0,1)$ 为随机选择的数; P_{cr} 为自适应交叉概率,可以控制子代个体的选择,介于 0~1 之间。

为了更好地适应种群, P_{cr} 也应采用动态调整策略,随变异个体调整,以适配下一代变异强度,加速收敛并助力跳出局部最优,达至全局最优。 $P_{cr,i}$ 为:

$$P_{cr,i} = \begin{cases} P_{crl} + (P_{cru} - P_{crl}) \frac{f_i - f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}}, f_i \geq \bar{f} \\ P_{crl}, f_i < \bar{f} \end{cases} \quad (14)$$

式中: f_i 为个体 x_i 的适应度; $\bar{f}$ 为当前种群的平均适应度; $f_{\max}$ 和 $f_{\min}$ 为种群中个体适应度的最大值和最小值; P_{crl} 、 P_{cru} 分别为种群自适应交叉概率的下限和上限,通常取 0.1 和 0.6。

4) 选择操作

该操作的核心是挑选出种群中适应度最小的个体,即最优解。具体表达式为:

$$x_i^{k+1} = \begin{cases} h_i^k, f(h_i^k) < f(x_i^k) \\ x_i^k, \text{else} \end{cases} \quad (15)$$

按上述方式选择的个体旨在使个体优于上一代,向着最优解逐步靠拢。

3 实验与数据分析

基于以上理论分析,搭建如图 5 所示的光学系统。

从激光器打出的光束为线偏振光,用斯托克斯矢量表示为:

$$\mathbf{S}_{in} = [1010]^T \quad (16)$$

该偏振光束依次通过由起偏器、圆形双驱动 PEM1(驱动频率为 60 kHz)、样品、圆形双驱动

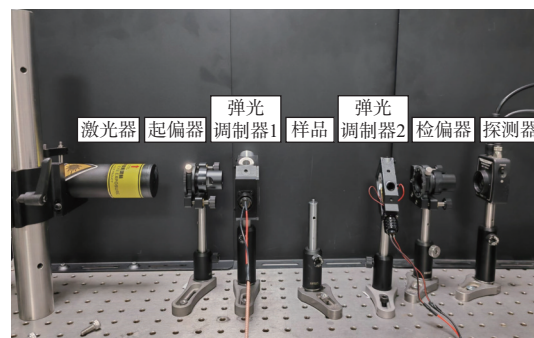


图 5 光学系统原理图

Fig. 5 Schematic diagram of optical system

PEM2(驱动频率为 100 kHz)、检偏器、探测器组成的测量光路。该光路系统采用中心波长为 6.8 nm, 功率为 1.2 mW 的 HeNe 激光器, 探测器采用 Thorlabs 硅光电探测器, 波长范围为 200 nm~1 100 nm, 调制频率为 380 MHz, 脉冲响应为 1 ns。

光路出射光的斯托克斯矢量 $\mathbf{S}_{out}$ 由 4 个参数 I 、 Q 、 U 、 V 组成, 都为光强的时间平均值, 其中, I 为总光强; Q 表示水平线偏振光强度和垂直线偏振光强度之差; U 表示 45°线偏振光强度与 135°线偏振光强度之差; V 表示右旋圆偏振光强度与左旋圆偏振光强度之差。 $\mathbf{S}_{out}$ 可由下式计算得到:

$$\mathbf{S}_{out} = [IQUV]^T = \mathbf{M}_A \cdot \mathbf{M}_{PEM2} \cdot \mathbf{M}_S \cdot \mathbf{M}_{PEM1} \cdot \mathbf{M}_P \cdot \mathbf{S}_{in} \quad (17)$$

式中: $\mathbf{M}_P$ 、 $\mathbf{M}_{PEM1}$ 、 $\mathbf{M}_S$ 、 $\mathbf{M}_{PEM2}$ 、 $\mathbf{M}_A$ 分别是起偏器、PEM1、样品、PEM2 和检偏器的穆勒矩阵, 其中, $\mathbf{M}_{PEM1}$ 与 $\mathbf{M}_{PEM2}$ 穆勒矩阵相同, 均可由 $\mathbf{M}_{PEM}$ 表示, $\mathbf{M}_S$ 为样品的待求解穆勒矩阵。各偏振器件的穆勒矩阵表达式如下:

$$\mathbf{M}_P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{M}_A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{M}_{PEM} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta \cos \delta & \cos 2\theta \sin 2\theta (1 - \cos \delta) & -\sin 2\theta \sin \delta \\ 0 & \cos 2\theta \sin 2\theta (1 - \cos \delta) & \sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta \cos \delta & \cos 2\theta \sin \delta \\ 0 & \sin 2\theta \sin \delta & -\cos 2\theta \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{M}_S = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \quad (20)$$

由于探测器只能获得 $\mathbf{S}_{out}$ 中的 I 分量, 为了方便表达, 将 $\cos \delta_1$ 记作 c_1 , $\sin \delta_1$ 记作 s_1 , $\cos \delta_2$ 记作 c_2 , $\sin \delta_2$ 记作 s_2 , $\cos 2\theta_1$ 记作 c_{f1} , $\sin 2\theta_1$ 记作 s_{f1} , $\cos 2\theta_2$ 记作 c_{f2} , $\sin 2\theta_2$ 记作 s_{f2} , 根据式(17), 可得到光强 I 为:

$$A = \frac{1}{2}(c_{f1}^2 + c_1 \cdot s_{f1}^2) \left[\frac{m_2}{2} - m_{22} \cdot \left(\frac{c_{f2}^2}{2} + \frac{c_2 \cdot s_{f2}^2}{2} \right) + \frac{m_{42} \cdot s_2 \cdot s_{f2}}{2} + \frac{c_{f2} \cdot m_{32} \cdot s_{f2} \cdot (c_2 - 1)}{2} \right] \quad (21)$$

$$B = \frac{1}{2}s_1 \cdot s_{f1} \cdot \left[\frac{m_{14}}{2} - m_{24} \cdot \left(\frac{c_{f2}^2}{2} + \frac{c_2 \cdot s_{f2}^2}{2} \right) + \frac{m_{44} \cdot s_2 \cdot s_{f2}}{2} + \frac{c_{f2} \cdot m_{34} \cdot s_{f2} \cdot (c_2 - 1)}{2} \right] \quad (22)$$

$$C = \frac{1}{2}c_{f1} \cdot s_{f1} \cdot (c_1 - 1) \left[\frac{m_{13}}{2} - m_{23} \cdot \left(\frac{c_{f2}^2}{2} + \frac{c_2 \cdot s_{f2}^2}{2} \right) + \frac{m_{43} \cdot s_2 \cdot s_{f2}}{2} + \frac{c_{f2} \cdot m_{33} \cdot s_{f2} \cdot (c_2 - 1)}{2} \right] \quad (23)$$

$$D = \frac{m_{21}}{4}(c_{f2}^2 + c_2 \cdot s_{f2}^2) \quad (24)$$

$$E = \frac{1}{2}m_{41} \cdot s_2 \cdot s_{f2} \quad (25)$$

$$F = \frac{1}{4}c_{f2} \cdot m_{31} \cdot s_{f2} \cdot (c_2 - 1) \quad (26)$$

$$I = \frac{m_{11}}{4} + A + B - C - D + E + F \quad (27)$$

根据之前的理论分析,在纯行波模式下,PEM快轴作圆周运动,频率为 $f/2$, $\theta = \pi f t$,并且PEM的相位延迟量 δ 为常量。为了简化计算,设 $\delta_1 = \delta_2 = \sqrt{2}/2$,将参数代入式(27),可得到理论光强值 I 。

将空气与 30° 偏振片作为试验样品,通过差分进化算法,将实际测量光强与理论光强值进行拟合,使目标函数 χ^2 最小,即可得到待测目标的穆勒矩阵元素值。得到的迭代曲线如图6所示。从图6

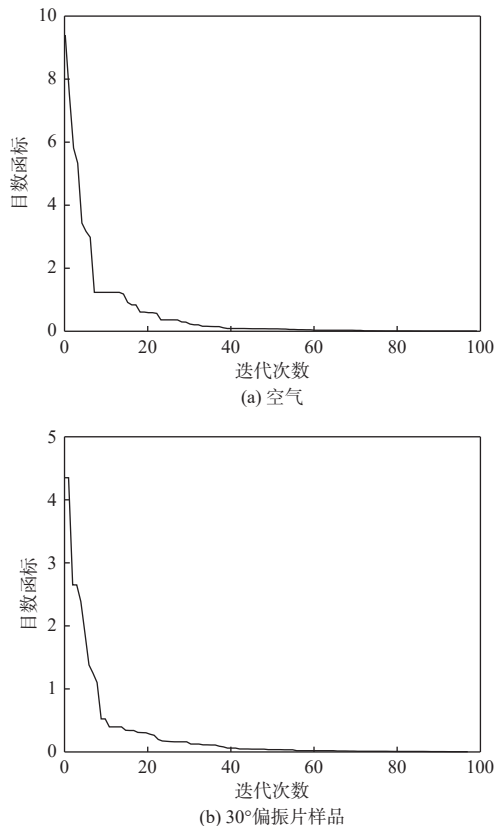


图6 残差平方和迭代图

Fig. 6 Iterative diagram of residual sum of squares

可以看出,当迭代次数达到50次左右时,残差平方和收敛到0附近。通过如图7所示的理论光强与实际光强的对比图分析可知,在一定的误差范围内,可以实现理论光强与实际光强的完全拟合。从图7可以看到,差分进化算法在迭代过程中展现出显著的优势,它不仅能快速收敛,而且能够依据当代种群的特性,灵活调整变异和交叉策略,使拟合参数更加快速准确地收敛到全局最优解。

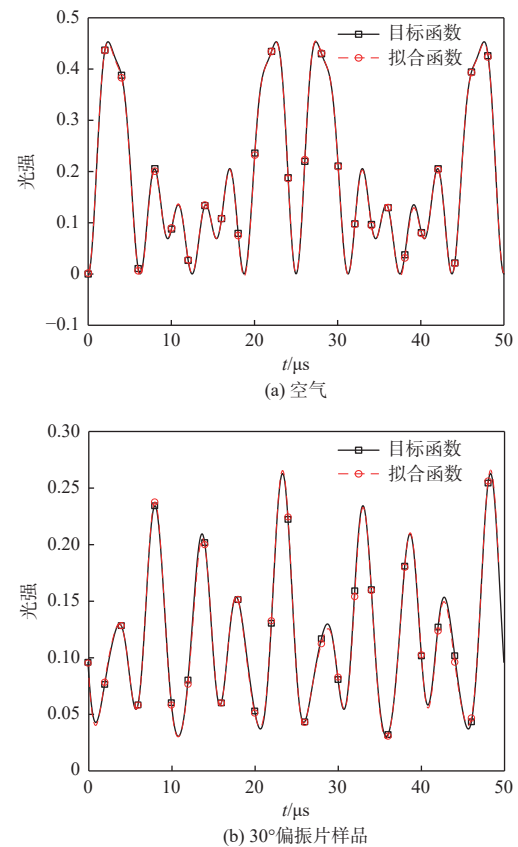


图7 理论光强与实际光强的对比图

Fig. 7 Comparison diagram of theoretical light intensity and actual light intensity

根据图8所示的光强随时间变化曲线,可以观察到光强呈现出明显的周期性变化规律。只需在一个光学周期($24.9 \mu s$)内进行采样测量,便可实现样品的全穆勒矩阵测量,实现微秒级超高

速在线检测。

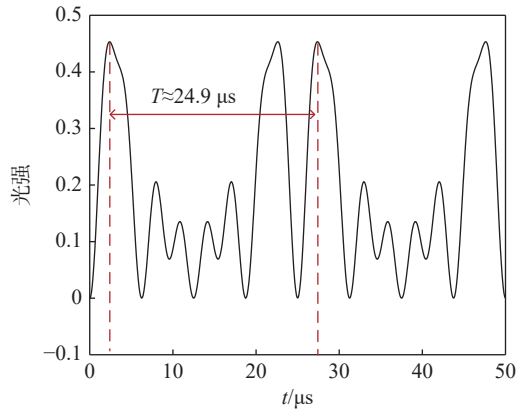


图8 光强曲线变化图

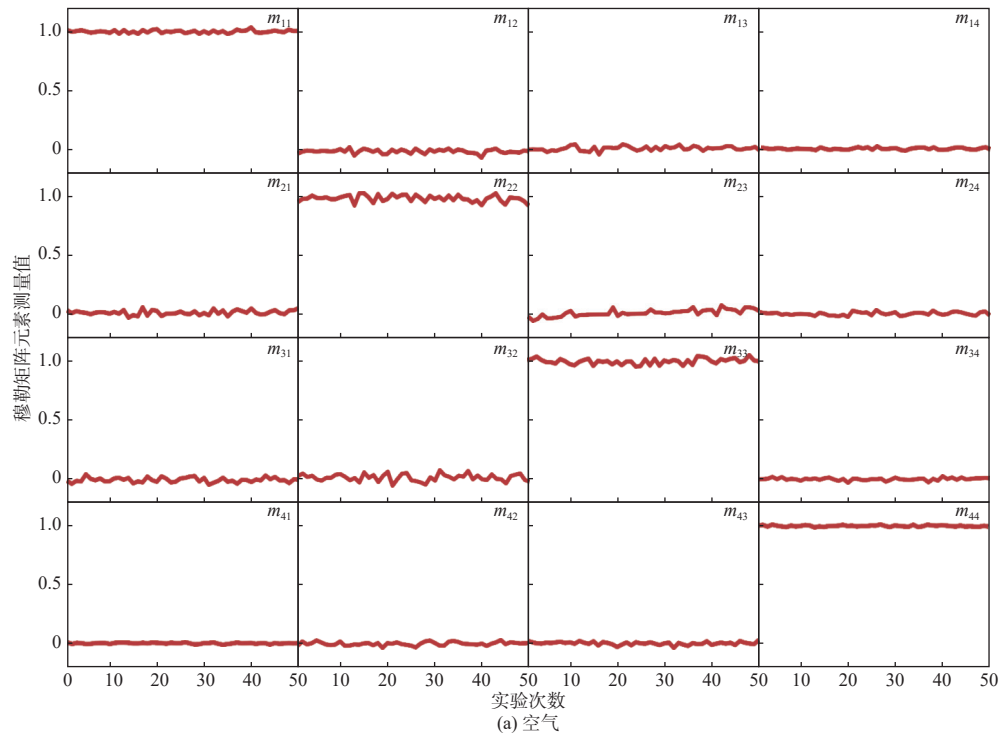
Fig. 8 Time dependent variation of light intensity

用差分进化算法对随机产生的初始种群进行迭代, 迭代 100 次后输出种群中的最佳个体。经过 50 次重复实验测量, 得到的 16 个穆勒矩阵元素的值如图 9 所示。本文用均方误差 (mean squared error, MSE) 来衡量实验值与真实值之间的匹配度, 计算公式如式 (28) 所示。式 (28) 中, n 为实验次数; x_i 为实验值; X_i 为理论值。空气 (M_1) 和 30° 偏振片 (M_2) 中元素的测量均值 ($\bar{M}$) 与均方误差经计算, 如式 (29)、式 (30) 所示, 其中所有元素的均方误差均小于 0.001, 证明了测量的准确性与稳定性, 进一步验证了此方法的可行性。

$$E_{\text{MSE}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - X_i)^2 \quad (28)$$

$$\bar{M}_1 = \begin{bmatrix} 1.0053 & -0.0095 & 0.0092 & 0.0024 \\ 0.0088 & 0.9860 & 0.0130 & 0.0041 \\ -0.0053 & 0.0098 & 0.9960 & 0.0015 \\ -0.0001 & -0.0001 & 0.0000 & 1.0006 \end{bmatrix}, M_{\text{MSE1}} = \begin{bmatrix} 0.00014 & 0.00032 & 0.00039 & 0.00005 \\ 0.00040 & 0.00083 & 0.00094 & 0.00018 \\ 0.00036 & 0.00097 & 0.00049 & 0.00010 \\ 0.00001 & 0.00019 & 0.00013 & 0.00002 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\bar{M}_2 = \begin{bmatrix} 0.4964 & 0.2566 & 0.4352 & 0.0014 \\ 0.2433 & 0.1360 & 0.2194 & 0.0024 \\ 0.4324 & 0.2175 & 0.3757 & 0.0008 \\ -0.0001 & 0.0000 & 0.0021 & -0.0002 \end{bmatrix}, M_{\text{MSE2}} = \begin{bmatrix} 0.00008 & 0.00024 & 0.00015 & 0.00003 \\ 0.00024 & 0.00058 & 0.00040 & 0.00008 \\ 0.00015 & 0.00041 & 0.00021 & 0.00005 \\ 0.00000 & 0.00007 & 0.00005 & 0.00002 \end{bmatrix} \quad (30)$$



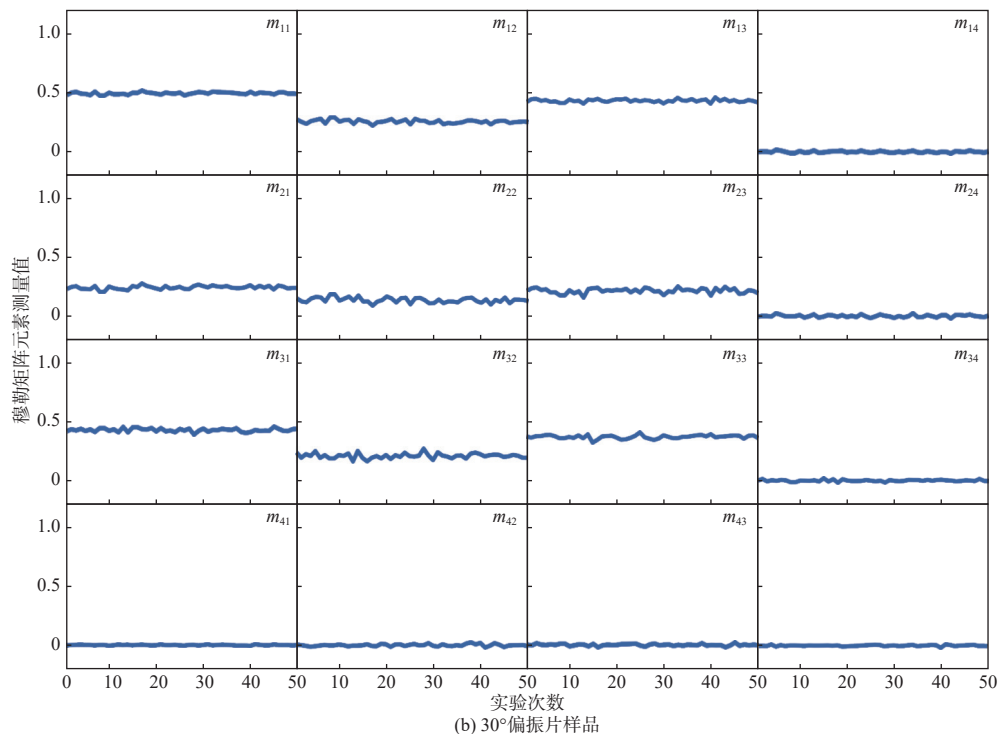


图9 穆勒矩阵元素测量值

Fig. 9 Measurement values of Mueller matrix elements

4 结论

本文提出了一种基于差分进化算法拟合光强的椭圆偏测量法,实现了全穆勒矩阵的微秒级超高速测量。采用快轴可调的双驱动圆形 PEM,仿真并验证了该器件快轴方向随驱动电压高速旋转的特性。加工制备了两个频率(60 kHz 和 100 kHz)的 PEM,搭建相应的光学系统,对其中的穆勒矩阵求解系统模型进行理论分析,计算出其光学周期为微秒级,运用差分进化算法对系统光强进行拟合,得到不同样品穆勒矩阵元素的均方误差均小于 0.001。目前已有的椭圆偏测量技术手段时间分辨率受限,或是仅仅提出了模型,并未给出实际的解决方案。本研究针对以上问题提出了解决方案,在超高速椭圆偏测量领域展现了重要的应用潜力与价值。当前研究工作主要集中在理论仿真方面,接下来的研究重点将转向实验验证。

参考文献:

- [1] ARWIN H. Application of ellipsometry techniques to biological materials[J]. *Thin Solid Films*, 2011, 519(9): 2589-2592.
- [2] 徐猛. 半导体和金属高温介电函数的椭圆偏测量及第一性原理模拟[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.

XU Meng. High-temperature dielectric functions of semi-conductors and metals from ellipsometry measurements and first principles simulations[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2019.

- [3] 吴慧利, 唐义, 白廷柱, 等. 紫外薄膜光学常数的多层模型椭圆偏测量[J]. *光电工程*, 2015, 42(9): 89-94.
WU Huili, TANG Yi, BAI Tingzhu, et al. Measurement of optical constants for UV coating based on multilayer film model by spectroscopic ellipsometry[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2015, 42(9): 89-94.
- [4] 王卉, 莫党. 椭圆偏振测量技术的发展和应[J]. *华南理工大学学报(自然科学版)*, 1996(1): 48-53.
WANG Hui, MO Dang. Development and application of elliptical polarization measurement techniques[J]. *Journal of South China University of Technology (Natural Science)*, 1996(1): 48-53.
- [5] 李伟奇. 高精度宽光谱穆勒矩阵椭圆偏仪研制与应用研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2016.
LI Weiqi. Research on development and application of a high-precision broadband mueller matrix ellipsometer[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2016.
- [6] 张敏娟, 刘文敬, 王志斌, 等. 弹光调制器的频率漂移特性及其傅里叶变换光谱的稳定性研究[J]. *红外与激光*

- 工程, 2020, 49(10): 219-226.
- ZHANG Minjuan, LIU Wenjing, WANG Zhibin, et al. Study on frequency-drifting characteristics of photo-elastic modulator and stability of Fourier transform spectra[J]. Infrared and Laser Engineering, 2020, 49(10): 219-226.
- [7] 何思源, 周芷茵, 田小凡, 等. 不同入射角下物体的穆勒矩阵[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(17): 409-415.
- HE Siyuan, ZHOU Zhiyin, TIAN Xiaofan, et al. Investigating the mueller matrix of objects at different incident angles[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(17): 409-415.
- [8] 曹奇志, 元昌安, 胡宝清, 等. 基于双折射晶体的快拍穆勒矩阵成像测偏原理分析[J]. 物理学报, 2018, 67(10): 105-113.
- CAO Qizhi, YUAN Changan, HU Baoqing, et al. Principle analysis of snapshot mueller matrix imaging polarimeter using birefringent crystal[J]. Acta Physica Sinica, 2018, 67(10): 105-113.
- [9] 黄剑文. 基于光学时间拉伸的快速穆勒矩阵测量技术研究[D]. 广州: 暨南大学, 2023.
- HUANG Jianwen. A fast mueller matrix measurement technology based on optical time-stretch[D]. Guangzhou: Jinan University, 2023.
- [10] 薛鹏, 刘燕霖, 谢大洋, 等. 45°双驱动弹光调制高速椭圆偏测量方法[J]. 激光杂志, 2024, 45(1): 65-69.
- XUE Peng, LIU Yanlin, XIE Dayang, et al. Fast ellipsometric measurements based on 45° dual-drive photoelastic modulation[J]. Laser Journal, 2024, 45(1): 65-69.
- [11] 刘燕霖, 张瑞, 薛鹏, 等. 超高速快轴旋转圆形弹光调制技术研究[J]. 光子学报, 2024, 53(3): 0323001.
- LIU Yanlin, ZHANG Rui, XUE Peng, et al. Research on ultra-high-speed fast-axis rotating circular photoelastic modulation technology[J]. Acta Photonica Sinica, 2024, 53(3): 0323001.
- [12] 李克武. 基于快轴可调弹光调制的椭圆偏测量技术研究[D]. 太原: 中北大学, 2018.
- LI Kewu. The research of ellipsometry based on fast axis adjustable photoelastic modulation[D]. Taiyuan: North University of China, 2018.
- [13] 刘燕霖, 张瑞, 薛鹏, 等. 100 kHz 弹光调制器多功能调制仿真[J]. 应用光学, 2024, 45(1): 63-69.
- LIU Yanlin, ZHANG Rui, XUE Peng, et al. Multi-function modulation simulation of 100 kHz photoelastic modulator[J]. Journal of Applied Optics, 2024, 45(1): 63-69.
- [14] KAROL C, MARIUSZ O. Attraction-repulsion optimization algorithm for global optimization problems[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2024, 84: 101459.
- [15] 李章维, 王柳静. 基于群体分布的自适应差分进化算法[J]. 计算机科学, 2020, 47(2): 180-185.
- LI Zhangwei, WANG Liujing. Population distribution-based self-adaptive differential evolution algorithm[J]. Computer Science, 2020, 47(2): 180-185.
- [16] 管钰晴, 傅云霞, 邹文哲, 等. 一种基于自适应差分进化算法的薄膜参数表征方法研究[J]. 红外与激光工程, 2022, 51(1): 403-412.
- GUAN Yuqing, FU Yunxia, ZOU Wenzhe, et al. A characterization method of thin film parameters based on adaptive differential evolution algorithm[J]. Infrared and Laser Engineering, 2022, 51(1): 403-412.