

折反式激光粒度测量方法

魏永杰 王清 李慧 葛婷婷 王浩然

Refract-reflect laser particle size measurement method

WEI Yongjie, WANG Qing, LI Hui, GE Tingting, WANG Haoran

引用本文:

魏永杰, 王清, 李慧, 等. 折反式激光粒度测量方法[J]. 应用光学, 2024, 45(1): 215–220. DOI: 10.5768/JAO202445.0107003

WEI Yongjie, WANG Qing, LI Hui, et al. Refract-reflect laser particle size measurement method[J]. Journal of Applied Optics, 2024, 45(1): 215–220. DOI: 10.5768/JAO202445.0107003

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.5768/JAO202445.0107003>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于后向散射的高浓度纳米颗粒粒度分布测量方法研究

Research on measurement method of size distribution for high-concentration nano-particles based on back scattering

应用光学. 2021, 42(3): 516–521 <https://doi.org/10.5768/JAO202142.0303004>

基于激光感生电压技术的咖啡粉粒径检测

Particle size detection of coffee powder based on laser induced voltage technology

应用光学. 2020, 41(5): 1117–1121 <https://doi.org/10.5768/JAO202041.0507003>

一种折反式红外/激光复合导引头光学系统设计

Design of catadioptric infrared/laser compound seeker optical system

应用光学. 2019, 40(6): 987–992 <https://doi.org/10.5768/JAO201940.0601009>

正交狭缝扫描式激光光束质量测量方法研究

Research on measurement method of laser beam quality with orthogonal slit scanning

应用光学. 2020, 41(4): 704–710 <https://doi.org/10.5768/JAO202041.0407003>

基于激光和CCD组合的小孔转轮重复定位精度测量方法

Measurement method of repeated positioning accuracy of pinhole runner based on combination of laser and CCD

应用光学. 2021, 42(5): 919–925 <https://doi.org/10.5768/JAO202142.0507002>

基于激光外差干涉术的薄膜厚度测量方法

Method of thin film thickness measurement based on laser heterodyne interferometry

应用光学. 2019, 40(3): 473–477 <https://doi.org/10.5768/JAO201940.0303003>



关注微信公众号，获得更多资讯信息

文章编号: 1002-2082 (2024) 01-0215-06

折反式激光粒度测量方法

魏永杰, 王 清, 李 慧, 葛婷婷, 王浩然

(河北工业大学 机械工程学院, 天津 300130)

摘 要: 激光粒度仪因其快速、非接触等优点被广泛应用于各领域的粒度分布测量, 但颗粒散射光的角分布与粒度大小关系复杂。为了获得不同粒度下的相对精度一致, 通常会造成粒度分布测量范围小、无法满足宽分布粒度测量要求等问题。根据 Mie 散射近似的菲涅尔原理, 提出采用折反式光路, 将颗粒散射信号由分光镜分成两束, 经两组组合式镜头和 2 个光电探测器分别采集透射和反射的散射信号, 信号组合后经反演得到颗粒粒度分布, 从而提高了可测粒度范围。采用两种标准粒子及其混合物进行了实验, 结果表明, 单种标准粒子测量结果的体积中位径 D50 的测量相对误差都不大于 7.9%; 对混合粒子也能够得到正确的峰值分布。

关键词: 散射; 激光粒度测量; 粒度分布; 折反光路

中图分类号: TN249; TH744

文献标志码: A

DOI: 10.5768/JAO202445.0107003

Refract-reflect laser particle size measurement method

WEI Yongjie, WANG Qing, LI Hui, GE Tingting, WANG Haoran

(School of Mechanical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China)

Abstract: Laser particle size analyzer has been widely used in the measurement of particle size distribution in various fields due to its advantages of fast speed and non-contact. However, the relationship between the angular distribution of scattered light and particle size is complex. In order to obtain the consistent relative accuracy under different particle sizes, the measurement range of particle size distribution will be small and cannot meet the requirements of wide distribution particle size measurement. According to the Fresnel principle of Mie scattering approximation, it was proposed to use the catadioptric optical path. The particle scattering signal was divided into two beams by the splitter, and the transmitted as well as reflected scattering signals were collected by two sets of compound lenses and two photodetectors, respectively. The combined signal was inversed to obtain the particle size distribution, thereby improving the range of particle size measurement. Two kinds of standard particles and their mixtures were used in the experiment. The results show that the relative error of the volume median diameter D50 measured by a single standard particle is not greater than 7.9%, and the correct peak distribution can also be obtained for mixed particles.

Key words: scattering; laser particle size measurement; particle size distribution; catadioptric optical path

引言

激光粒度仪是通过测量颗粒散射光的空间角分布, 从而实现颗粒粒度分布测量的仪器。一般最有效的测量范围为微米级至几个毫米级的粒度分布, 而这个分布范围是各领域应用最广泛的颗

粒分布, 但对土壤颗粒检测^[1]、煤粉粒度检测^[2]、塑料微珠检测^[3]以及风洞中模拟粒子团^[4]等的宽分布直接测量还比较困难。在激光粒度测量方法中, 被测颗粒的折射率会影响测量结果^[5], 并且要求在可测粒度范围内应获得较为一致的相对测量

收稿日期: 2023-02-27; 修回日期: 2023-07-03

基金项目: 河北省重点研发计划项目 (20326602D)

作者简介: 魏永杰 (1971—), 男, 博士, 教授, 主要从事颗粒测量与表征、光学及光谱技术理论与应用、精密光机电系统研究。

E-mail: yj.wei@163.com

精度。根据散射原理,颗粒的粒度越小,散射信号越微弱,更远离入射光轴;而粒度越大,有效散射信号越密集且靠近光轴位置,则不容易分开^[6]。在入射光波长确定的情况下,为了满足相对测量精度一致,要求远离光轴的光电探测单元测量的散射光角度范围更大、探测单元面积也更大。由于加工探测环尺寸差别过大导致加工困难,或光学系统像差大,往往满足不了单次测量宽粒度分布范围的要求。

研究扩大粒度分布测量范围仍是提高激光粒度仪应用范围的关键技术^[7]。在对激光粒度仪光路结构的改进上,采取多光源或与多探测器阵列相结合^[8]、多透镜组、新型样品池结构等;多光束入射的同时,设置第2个透镜和第2个放置在大角度位置的探测器阵列,避免了使用大口径接收透镜产生的高成本,也避免了进一步加剧大角度信号的像差;大口径的双镜头技术分别增大前向和后向接收透镜的口径,颗粒散射光分别经前向和后向散射,由位于透镜组前后的光电探测器阵列接收,增大了可测角度,拓展了测量下限^[9];多样品池结构在测量大小颗粒时,分别将样品池放置在接收透镜的前后。位于接收透镜后的样品池到光探测阵列的距离等效于傅里叶变换光路中接收透镜的焦距,该距离小于接收透镜的焦距,提升了测量下限^[10]。

王亚民等人针对传统的傅里叶光学系统粒径范围较小、接收透镜焦距要求高的缺点,提出了一种改进的逆傅里叶激光测量系统^[11]。通过移动样品池,改变与透镜的距离,可以忽略样品池中散射光的多次反射并增加角检测范围,从而增加粒径测量范围。于双双等人通过改变传统光阑位于接收透镜的前表面,使光阑在测量区域内采用变焦方式,在光学系统优化时控制相同视场不同光阑位置的上、下和主光线的位置,使相同散射角的光线在环形光电探测器上会聚成的弥散斑最小^[12]。潘林超等人提出了一种环形样品池的测量方法,样品池的透明池壁和池内液体组成1个透镜组,并在前面增加了1个平凸柱面透镜,虽然避免了散射光的全反射^[13],但是各个方向的散射信号整合困难。

多种测量方案信号的叠加往往造成信号不一致、标定困难、测量样品区不唯一等问题^[14]。针对激光粒度仪测量粒度分布时宽度有限、结构复杂和信号一致性差的问题,本文提出折反式激光粒度测量方法,采用单一光源和多个接收透镜及透

镜组,通过折射光路和反射光路相结合,将同一采样区域的颗粒散射信号由半透半反镜进行分光,并在透镜或透镜组的2个独立焦平面上接收散射信号的功率谱分布,从而提高单次测量中可测量的粒度分布范围,同时可以减小仪器结构并简化光电探测器阵列。

1 测量原理

根据 Mie 散射原理,测量微米级颗粒粒度可近似按照菲涅尔衍射原理和巴比涅原理处理光强度分布。当采用平行光照射且颗粒位于接收透镜前时,在接收透镜焦平面上的光强分布可按夫琅和费衍射进行处理,并用环形探测器进行探测且满足(1)式:

$$X = \frac{\pi d S}{\lambda f} = 1.357 \quad (1)$$

式中: X 为常数; d 为待测样品的颗粒粒径; S 为光电探测器的环半径; λ 为入射光波长; f 为接收透镜的焦距。由(1)式可知,对于传统结构的激光粒度仪,采用单波长和固定焦距的接收透镜时,探测环半径与可测粒径成反比,即靠近光轴的探测环测量大粒径信息,反之测量小粒径信息。在光轴附近入射光会聚后弥散斑影响大,且探测环太小难以加工,使测量更大颗粒变得困难;远离光轴的探测环则太大,使光学系统像差大、信号信噪比差,从而使测量小颗粒也变得困难。基于上述原因,本文提出折反式的激光粒度测量方法。

图1为折反式粒度测量原理图,激光发射器发出的激光束经扩束准直后经过透镜 L_1 , 然后会聚于像方焦平面 P_1 。将颗粒样品置于透镜 L_1 后的距离 d 处,在 P_1 后面放置透镜 L_2 。在 P_2 面放置光电探测器阵列1,其中 P_1 、 P_2 面关于透镜 L_2 共轭。在透镜 L_1 和 P_1 之间安装 45° 的半透半反镜 L_3 , 在 P_1 面放置光电探测器阵列2,且 P_1 、 P_1' 面关于透镜 L_3 满足镜像关系。

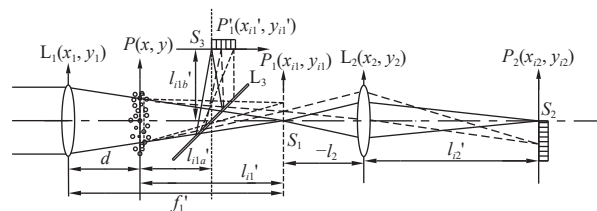


图1 折反式激光粒度仪光路示意图

Fig.1 Optical path diagram of catadioptric laser particle size analyzer

样品所在平面 P 到半透半反镜与光轴交点距离为 l_{1a}' , P_1' 到光轴距离为 l_{1b}' 。根据衍射原理, 当颗粒样品置于透镜 L_1 后某一距离 l_{1l}' 时, 衍射光强分布与置于透镜 L_1 前相同, 但此时的等效焦距为 l_{1l}' , 且 $l_{1a}' + l_{1b}' = l_{1l}'$ 。透镜 L_2 的焦距为 f_2' , 透镜 L_1 、 L_2 的组合焦距为 f' 。根据高斯公式得:

$$f' = -\frac{l_{1l}' f_2'}{A} \quad (2)$$

$$\tilde{U}_{P_1}(x_{1l}, y_{1l}) = \tilde{U}_{P_1}(x_{1l}', y_{1l}') = \frac{A}{\lambda l_{1l}'} \exp\left(ik \frac{x_{1l}^2 + y_{1l}^2}{2l_{1l}'}\right) \iint t(x, y) \exp\left(-ik \frac{xx_{1l} + yy_{1l}}{l_{1l}'}\right) dx dy \quad (4)$$

同理, P 到透镜 L_2 、 L_2 到 P_2 均可看作是菲涅尔衍射。忽略 L_2 孔径的衍射, P_2 面上的复振幅为

$$\tilde{U}_{P_2}(x_{2l}, y_{2l}) = A' \iint t(x, y) \exp\left[-ik \left(\frac{x_{2l}}{f'} x + \frac{y_{2l}}{f'} y\right)\right] dx dy \quad (5)$$

式中:

$$A' = \frac{A}{\lambda^4 l_{1l}' (l_{1l}' - l_2) l_{2l}' \mu} \exp\left(ik \frac{x_{1l}^2 + y_{1l}^2}{2l_{1l}'}\right) \exp\left(ik \frac{x_{2l}^2 + y_{2l}^2}{2\mu}\right) \quad (6)$$

$$\mu = \frac{l_{1l}' (f_2')^2}{(f_2' + l_2 - l_{1l}') (f_2' + l_2)} \quad (7)$$

进一步推导可知, 由于 P_1 、 P_2 面的共轭关系, 按(4)式和(5)式计算探测器的光能分布时, A 、 A' 可作为常数项参与计算, 2个频谱面的光能分布可直接组合为光能系数矩阵。

选择焦距合适的透镜 L_1 和 L_2 , 使其组合焦距远大于其自身的焦距且组合像方焦平面位于 P_2 面, 则在 P_2 面可使大颗粒散射光强在空间更容易分开和探测。

与大颗粒的光强分布相反, 小颗粒散射光在空间更容易分开, 因此应在 P_1 面探测小颗粒信息。但在 P_1 、 P_2 面同时探测时, 会因探测器遮挡造成器件加工和对中困难^[15]。通过采用本文折反光路在 P_1' 面探测小颗粒信息, 可避免遮挡^[16]。

选择合适的透镜焦距, 可用同样尺寸的探测器阵列分别放在 P_1' 、 P_2 面, 组合成连续尺寸分布的环形探测器, 从而使探测环不致太小或太大, 且增加了有效探测环的数量。

用 SolidWorks 软件对粒度仪接收装置进行结构设计, 如图 2 所示。该装置主要由透镜 L_1 及镜筒、样品池、垂轴光路上的光电探测器及二维调整座、半透半反镜及固定座、透镜 L_2 及固定座、数

据采集电路板, 以及同轴光路上的光电探测器及调整座构成。

$$\tilde{U}_p'(x, y) = A \exp\left(-ik \frac{x^2 + y^2}{2l_{1l}'}\right) t(x, y) \quad (3)$$

根据菲涅尔衍射, 忽略常数相位因子, P_1' 面和 P_1 面上的复振幅相同, 即

据采集电路板, 以及同轴光路上的光电探测器及调整座构成。

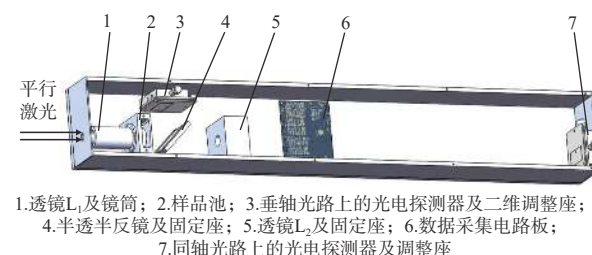


图 2 接收装置结构图

Fig. 2 Structure diagram of receiving device

2 实验和结果分析

采用实验室现有的 PN 结型光电探测器阵列, 对 GBW(E)120025 和 GBW(E)120049 两种聚苯乙烯标准物质颗粒开展了实验。其中光电二极管阵列为中心有直径 0.2 mm 的小孔, 后面连接 1 个独立的光电二极管用于光路对中。GBW(E)120025 和 GBW(E)120049 的标称值 D50 分别为 15.1 μm 和 104.8 μm 。为满足上述组合条件, 在 P_1' 、 P_2 面分别选取光电探测器的部分探测环, 且两种标准物质颗粒分别位于 P_1' 、 P_2 面的可测范围之内。

激光器经焦距为 150 mm 的平凸透镜扩束准直。为减少像差, 透镜 L_1 与准直镜结构相同并与准直镜对称放置。 $d=50$ mm, $l_{1l}'=100$ mm, 即前组透镜等效焦距为 100 mm; 透镜 L_2 的焦距 $f_2'=50$ mm, $A=15$ mm, 即组合焦距 $f'=1\ 000$ mm。选取 P_1' 面的探测环为 5 环~32 环, 测量范围为 1.79 μm ~37.60 μm , 可以满足 GBW(E)120025 的测量; 选取 P_2 面的探测环为 1 环~24 环, 对应测量范围为 46.16 μm ~

1 952.40 μm , 可以满足 GBW(E)120049 的测量。组合后可以同时测量两种颗粒样品, 将 2 个探测面信号组合, 测量范围为 1.79 μm ~1 952.40 μm ; 而若单独在 P_1' 或 P_2 面上用 32 环光电探测器时, 测量范围只能达到 1.79 μm ~195.24 μm 或 17.92 μm ~1 952.40 μm , 组合后的测量范围扩大了 10 倍。本实验是采用现有的同一种光电探测器作实验验证, 为了满足探测环对应的光能角分布不重叠的要求, 在 37.60 μm ~46.16 μm 的测量范围内会有信息的损失。如果按本文分析方法重新设计光电探测器, 可以用同 1 个光电探测器作为 P_1' 、 P_2 面的探测器, 且可测范围为连续粒度。

在单独的单分散样品实验中, 分别取 GBW(E)120025 和 GBW(E)120049 颗粒样品 3 滴放入样品池中, 采集光能值, 并按上述方法进行组合测量, 如图 3 所示, 其中 25 环~52 环为 P_1' 面的 5 环~32 环数据, 1 环~24 环为 P_2 面的 1 环~24 环数据。

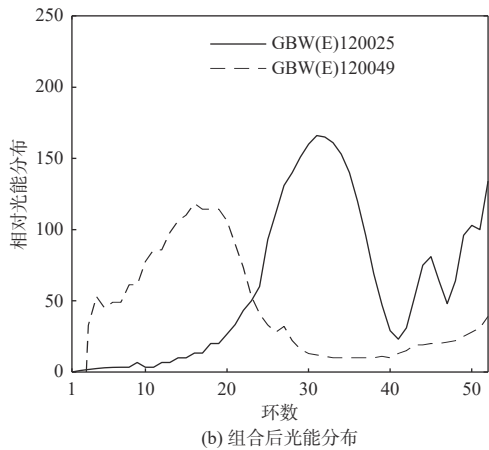
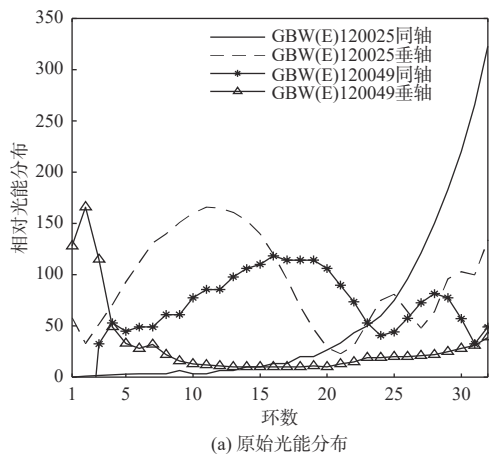


图 3 单分散标准粒子的光能分布图

Fig. 3 Light energy distribution diagram of monodisperse standard particles

由图 3 可知, GBW(E)120025 的光能分布峰值

位于图中第 31 环附近, 对应 P_2 面的第 11 环; 而 GBW(E)120049 的光能分布峰值则位于第 16 环。根据 (1) 式, 分别对应 GBW(E)120025 和 GBW(E)120049 的有效信号, 即 P_1' 面上只能测量 GBW(E)120025 的有效信号, P_2 面上只能测量 GBW(E)120049 的有效信号。两者组合后, 可扩大测量范围, 既能测量 GBW(E)120025 的粒度分布, 也能测量 GBW(E)120049 的粒度分布。

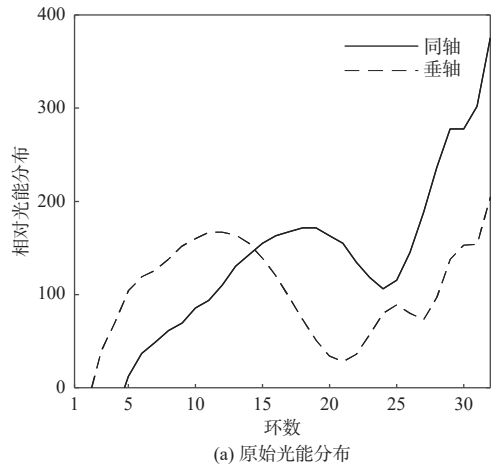
对两种标准粒子分别进行 5 次测量, 采用变尺度算法^[17]进行计算, 结果如表 1 所示。

表 1 单分散标准粒子测量结果
Table 1 Measurement results of monodisperse standard particles

参数	样品	
	GBW(E)120025	GBW(E)120049
测量值/ μm	16.3	105.0
	16.3	104.9
	16.4	106.1
	16.2	105.0
	16.4	105.0
参考值/ μm	15.1	104.8
平均值/ μm	16.3	105.2
相对偏差/%	7.9	0.4

表 1 中, GBW(E)120025 测量结果的平均值 $\overline{D}_i$ 为 16.3 μm , 相对偏差 Δ 为 7.9%; GBW(E)120049 测量结果的平均值 $\overline{D}_i$ 为 105.2 μm , 相对偏差 Δ 为 0.4%。结果表明, 将对应的 2 个探测面分别可测粒度分布的光能组合后, 能够得到正确结果, 不影响测量。

为了验证该测量方法能同时测量对应 2 个探测面的粒度分布, 将两种标准粒子混合后进行组合测量。将 GBW(E)120025、GBW(E)120049 的标准粒子各 3 滴混合后放在样品池中, 充分搅拌后进行数据采集, 组合结果如图 4 所示。



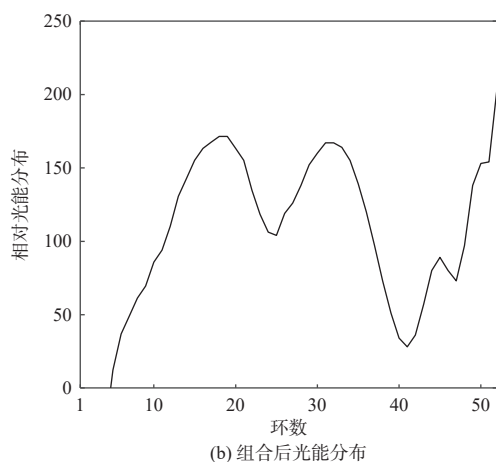


图4 混合标准粒子的光能分布图

Fig. 4 Light energy distribution diagram of mixed standard particles

图4中,两种粒子的光能峰值位于第19环和第31环,与图3结果相比,峰值有所偏移,这是因为光能分布是两种粒子叠加的结果。仍采用变尺度算法进行反演,粒度分布结果如图5所示。

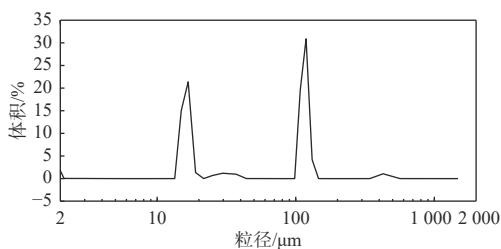


图5 混合标准粒子的粒度分布图

Fig. 5 Particle size distribution diagram of mixed standard particles

由图5可见,两种粒子的峰值分布在 $13.80\mu\text{m}\sim 15.39\mu\text{m}$ 和 $102.68\mu\text{m}\sim 112.86\mu\text{m}$ 两个区间内,与表1结果一致。

通过上述分析和实验可知,将2个探测面上的测量信号组合后,扩大了激光粒度仪的测量范围。

3 结论

激光粒度仪具有测量范围宽、非接触和实时测量的特点,但传统光路结构限制了更宽粒度分布的测量。采用单一光源和折反式光路结构,由半透半反镜进行分光,在2个透镜或透镜组的焦平面上分别接收透射和反射的同一采样区域的颗粒散射功率谱,经处理后得到颗粒粒度分布,提高了激光粒度仪单次测量的粒度分布范围。在保证测量有效性的前提下,单分散颗粒样品的测量相对

误差在7.9%以内,混合粒子的测量结果也能得到正确的峰值分布。

参考文献:

- [1] ULLAH R, ABDULLAH R A, KASSIM A, et al. Effectiveness of laser diffraction method for particle size evaluation of residual soil[J]. *Indian Geotechnical Journal*, 2022, 52(6): 1476-1486.
- [2] LIU S H, CHENG Y F, MENG X R, et al. Influence of particle size polydispersity on coal dust explosibility[J]. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 2018, 56: 444-450.
- [3] KALČÍKOVÁ G, ALIČ B, SKALAR T, et al. Wastewater treatment plant effluents as source of cosmetic polyethylene microbeads to freshwater[J]. *Chemosphere*, 2017, 188: 25-31.
- [4] 刘芳, 佟巍. 基于粒子系统的实时降雨、降雪模拟[J]. *计算机系统应用*, 2015, 24(6): 19-23.
LIU Fang, TONG Wei. Real-time simulation of rain and snow based on particle system[J]. *Computer Systems and Applications*, 2015, 24(6): 19-23.
- [5] 左晨泽, 吕且妮, 葛宝臻. 气溶胶颗粒折射率在光学粒径测量中的影响[J]. *光学精密工程*, 2017, 25(7): 1777-1782.
ZUO Chenze, LYU Qieni, GE Baozhen. Impact of refractive index of aerosol particles on particle diameter optical measurement[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2017, 25(7): 1777-1782.
- [6] SUI X W, LI Y, HU X B, et al. Development progress and key technologies of laser particle size analyzer[J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrument*, 2016, 30(10): 1449-1459.
- [7] 胡华, 张福根, 吕且妮, 等. 激光粒度仪的测量上限[J]. *光学学报*, 2018, 38(4): 355-361.
HU Hua, ZHANG Fugen, LYU Qieni, et al. Measurement upper limit of laser particle size analyzer[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(4): 355-361.
- [8] 刘树, 张兆芝, 潘志东, 等. 国内外激光粒度仪结构与性能介绍[J]. *中国仪器仪表*, 2012(1): 63-66.
LIU Shu, ZHANG Zhaozhi, PAN Zhidong, et al. Introduction of laser particle size analyzer structure and characteristics[J]. *China Instrumentation*, 2012(1): 63-66.
- [9] 董青云, 范继来. 一种单光束双镜头激光粒度仪: CN201277938Y[P]. 2009-07-22.

- DONG Qingyun, FAN Jilai. Single-beam double-lens laser particle analyzer: CN201277938Y[P]. 2009-07-22.
- [10] 蔡小舒, 苏明旭. 一种多样品池激光粒度仪: CN201903495U[P]. 2011-07-20.
- CAI Xiaoshu, SU Mingxu. Laser granulometer with multiple sample cells: CN201903495U[P]. 2011-07-20.
- [11] 王亚民, 张婧雯. 一种逆傅里叶激光测量系统的研究[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(2): 160-164.
- WANG Yamin, ZHANG Jingwen. Study of an reverse Fourier laser measurement system[J]. Laser and Optoelectronics Progress, 2015, 52(2): 160-164.
- [12] 于双双, 杜吉, 史宣. 激光粒度仪光学系统设计方法[J]. 红外与激光工程, 2014, 43(6): 1735-1739.
- YU Shuangshuang, DU Ji, SHI Xuan. Particle size analyzer's optical system design[J]. Infrared and Laser Engineering, 2014, 43(6): 1735-1739.
- [13] 潘林超, 葛宝臻, 张福根. 基于环形样品池的激光粒度测量方法[J]. 光学学报, 2017, 37(10): 303-311.
- PAN Linchao, GE Baozhen, ZHANG Fugen. Laser particle size measurement based on annular sample cell[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(10): 303-311.
- [14] 许人良. 颗粒表征的光学技术及应用[M]. 北京: 化学工业出版社, 2022: 113-116.
- XU Renliang. Optical technology and applications of particle characterization[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2022: 113-116.
- [15] 葛宝臻, 李文超, 马云峰, 等. 基于四象限探测的激光粒度仪自动对中技术[J]. 光学精密工程, 2010, 18(11): 2384-2389.
- GE Baozhen, LI Wenchao, MA Yunfeng, et al. Automatic centering of laser particle size analyzers based on four-quadrant construction[J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(11): 2384-2389.
- [16] 魏永杰, 魏耀林, 葛宝臻. 两探测面结构激光粒度仪的接收光路设计[J]. 中国粉体技术, 2009, 15(1): 8-10.
- WEI Yongjie, WEI Yaolin, GE Baozhen. Optical receiver design of laser particle sizer with two detecting planes[J]. China Powder Science and Technology, 2009, 15(1): 8-10.
- [17] 魏文晟, 魏永杰, 车进超. 基于变尺度算法的粒度分布求解方法[J]. 中国粉体技术, 2020, 26(4): 28-32.
- WEI Wensheng, WEI Yongjie, CHE Jinchao. Variable-scale algorithm to invert particle size distribution[J]. China Powder Science and Technology, 2020, 26(4): 28-32.