

基于改进Zernike矩的远场激光高精度中心测量

于祥 富容国 黄明柱 高建坡 吕行 马凌芸 张华楠 杨琦

High precision center measurement of far-field laser based on improved Zernike moments

YU Xiang, FU Rongguo, HUANG Mingzhu, GAO Jianpo, LYU Xing, MA Lingyun, ZHANG Huanan, YANG Qi

引用本文:

于祥, 富容国, 黄明柱, 等. 基于改进Zernike矩的远场激光高精度中心测量[J]. 应用光学, 2023, 44(6): 1244–1249. DOI: 10.5768/JAO202344.0610011

YU Xiang, FU Rongguo, HUANG Mingzhu, et al. High precision center measurement of far-field laser based on improved Zernike moments[J]. Journal of Applied Optics, 2023, 44(6): 1244–1249. DOI: 10.5768/JAO202344.0610011

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.5768/JAO202344.0610011>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

高能激光远场辐照度分布测量技术及其进展

High energy laser far-field irradiance distribution measurement technology and its developments

应用光学. 2020, 41(4): 675–680 <https://doi.org/10.5768/JAO202041.0409004>

光纤输出远场光斑均匀性检测方法的研究

Method for detecting far-field spot uniformity of optical fiber output

应用光学. 2019, 40(2): 356–362 <https://doi.org/10.5768/JAO201940.0208003>

光栅投影三维测量系统标定技术研究

Study on calibration method of grating projection 3D measuring system

应用光学. 2020, 41(5): 938–946 <https://doi.org/10.5768/JAO202041.0502002>

一种基于激光调制的高精度位移测量方法

High-precision displacement measurement method based on laser modulation

应用光学. 2018, 39(2): 230–234 <https://doi.org/10.5768/JAO201839.0203004>

基于激光和CCD组合的小孔转轮重复定位精度测量方法

Measurement method of repeated positioning accuracy of pinhole runner based on combination of laser and CCD

应用光学. 2021, 42(5): 919–925 <https://doi.org/10.5768/JAO202142.0507002>

光场多光谱相机像方远心镜头光学设计

Optical design of image telecentric lens for optical field multispectral camera

应用光学. 2020, 41(3): 603–610, 617 <https://doi.org/10.5768/JAO202041.0305003>



关注微信公众号，获得更多资讯信息

文章编号: 1002-2082 (2023) 06-1244-06

基于改进 Zernike 矩的远场激光高精度中心测量

于 祥¹, 富容国¹, 黄明柱¹, 高建坡¹, 吕 行¹, 马凌芸¹, 张华楠¹, 杨 琦²

(1. 南京理工大学 电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094;

2. 电力科学研究院 国网山西省电力有限公司, 山西 太原 030001)

摘 要: 针对远场激光光斑分布不均匀、形状不规则的特性, 提出一种基于改进的 Zernike 矩的远场激光高精度中心测量方法。在传统 Zernike 矩亚像素边缘检测基础上, 使用新型的 logistic 边缘检测模型和阶跃阈值自适应提取方法, 在减少人工对阶跃阈值误判的同时, 提高对实际边缘的识别精度, 最后使用最小二乘法椭圆拟合得到高精度激光光斑中心。该方法在远场激光中心检测中, 单帧误差在 0.5 pixel 左右, 连续多帧中心偏差波动在 1 pixel 以内, 拥有较高的精度和可靠的稳定性。

关键词: Zernike 矩; 远场激光; 光斑中心; 亚像素边缘

中图分类号: TN247

文献标志码: A

DOI: 10.5768/JAO202344.0610011

High precision center measurement of far-field laser based on improved Zernike moments

YU Xiang¹, FU Rongguo¹, HUANG Mingzhu¹, GAO Jianpo¹, LYU Xing¹,
MA Lingyun¹, ZHANG Huanan¹, YANG Qi²

(1. School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China; 2. Electric Power Research Institute, State Grid Shanxi Electric Power Co., Ltd., Taiyuan 030001, China)

Abstract: Aiming at the features of nonuniform distribution and irregular shape for far-field laser spots, a measurement method based on improved Zernike moments was proposed to identify the far-field laser spot center. Firstly, the image was denoised by bilateral filtering. Then, based on traditional Zernike moment subpixel edge detection, a new logistic edge detection model and step threshold adaptive extraction method were used to improve the accuracy of actual edge recognition, as well as reduce the manual misjudgment of step threshold. Finally, the least squares ellipse fitting was used to obtain the high-precision laser spot center. This method has a single frame error of about 0.5 pixel in far-field laser center detection, and a continuous multi-frame center deviation fluctuation of less than 1 pixel, which has high accuracy and reliable stability.

Key words: Zernike moments; far field laser; spot center; subpixel edge

引言

在激光光学系统中, 发射孔径通常是圆形的。为了准确确定光斑的中心位置, 传统的光斑中心识别方法包括质心法、Hough 变换法和高斯拟合法等^[1-5]。质心法算法简单且测量精度较高, 可以

达到 0.5 pixel^[6], 但是使用质心法对于非规则和不均匀光斑的精确定位会产生较大误差; Hough 变换法通过投票算法检测光斑轮廓, 由于参数空间离散化, 其检测精度在 1 pixel 左右, 并且算法速度较慢, 不适用高精度和实时检测系统; 高斯拟合法测

收稿日期: 2023-09-25; 修回日期: 2023-10-09

基金项目: 装备预研重点实验室基金 (6142207210202)

作者简介: 于祥 (1999—), 男, 硕士, 主要从事红外激光探测和图像处理研究。E-mail: yuxiangup@163.com

通信作者: 富容国 (1970—), 男, 博士, 副教授, 主要从事激光探测技术、红外与微光和激光雷达融合技术研究。

E-mail: frguo@njjust.edu.cn

量精度能达到 0.1 pixel~0.3 pixel, 仅适用于呈均匀高斯分布的光斑情况。

国内外众多学者做了很多改进工作。张秋佳^[7]等提出了一种基于加权插值算法的激光光斑中心检测方法, 对激光中心的定位精度和稳定性有很大提升, 但是该方法容易受到饱和光斑的影响, 且算法复杂度很高; VÁZQUEZ O A^[8]提出了一种基于反应扩散的提取算法, 该算法可以快速找到激光光斑, 并且可提取到光斑精确的轮廓; 蔡旭明^[9]等使用灰度直方图分割和灰度质心法定位的方式, 对皮秒脉冲激光进行了良好定位。由于远场光斑存在光斑破碎、空洞和边缘模糊等情况, 上述算法无法很好地进行高精度中心定位。

本文提出使用新型 logistic 边缘模型的 Zernike 矩亚像素级边缘检测算法和阶跃阈值自动提取算法, 提高了边缘检测精度, 最后通过最小二乘法椭圆拟合的方法获取高精度和稳定的远场激光中心。

1 传统 Zernike 矩亚像素边缘检测算法

1.1 Zernike 矩检测原理

对于图像的 n 阶 m 次 Zernike 矩可以表示为^[10]

$$Z_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(r, \theta) V_{nm}^*(r, \theta) r dr d\theta \quad (1)$$

式中: n 为非负整数; m 为非零整数; $n-|m| \geq 0$ 且 $n-|m|$ 为偶数; r 为单位圆到点 (x, y) 的矢量长度, $V_{nm}^*(r, \theta)$ 是正交复数多项式。将图像旋转 θ 角, 由 Zernike 矩旋转不变性可知, 旋转前图像的 Zernike 矩 Z_{nm} 与旋转后 Zernike 矩 Z'_{nm} 存在关系式 $Z'_{nm} = Z_{nm} e^{-jm\theta}$, 因此可得 $Z'_{00} = Z_{00}$, $Z'_{11} = Z_{11} e^{-j\theta}$ 和 $Z'_{20} = Z_{20}$ 。

在传统 Zernike 矩像素边缘定位算法中, 采用如图 1 所示的理想阶跃模型。图 1 中 h 表示背景灰度, k 表示背景与目标之间的灰度差, l 表示图像坐标系原点到理想边缘之间的距离, θ 表示旋转角度。图 1(a) 旋转之后的边缘模型如图 1(b) 所示。

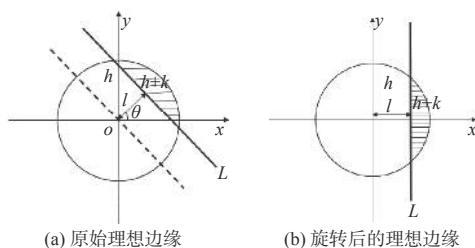


图 1 理想阶跃边缘模型

Fig. 1 Ideal step edge model

根据图 1 所示的 Zernike 矩亚像素边缘检测理想模型, 可以得到理想边缘的边缘参数^[10]:

$$l = \frac{Z_{20}}{Z'_{11}} = \frac{Z_{20}}{Z_{11}} e^{-j\theta} \quad (2)$$

考虑图 1(a) 中原点坐标为 (x, y) 和模板效应^[11-13], 旋转后图 1(b) 中垂直点的亚像素坐标 (x_s, y_s) 可以由式 (3) 得到:

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \frac{N}{2} l \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

1.2 算法局限性分析

1) 在实际成像过程中, 真实的边缘过度往往不是阶跃式的, 因此, 传统 Zernike 矩使用阶跃灰度边缘模型进行检测得到的边缘较宽, 误差较大。

2) 传统 Zernike 矩边缘检测算法的判定是通过参数模型 k 和 l 确定的, l 是圆心到边缘像素的距离, k 是边缘的阶跃强度, 只有满足 $k > k_T$ 和 $l > l_T$ 时, 该点被判定为边缘点。由于远场光斑的边缘存在对比度低、边缘不清晰等情况, 如果采用传统算法中人为输入固定全局阈值的方法确定图像边缘, 若选取的 k_T 较大, 则导致出现多边缘或者伪边缘; 反之, 则会出现边缘缺失、断裂等。

2 改进的 Zernike 矩边缘检测算法

2.1 logistic 边缘模型

在光照过程中, 受到光照角度、亮度和阴影等方面的影响, 实际经过光学系统采样的边缘并不是理想的阶跃边缘, 所以传统 Zernike 矩使用阶跃灰度边缘模型进行亚像素边缘检测会有较大的误差, 为了解决上述问题, 本文提出使用 logistic 边缘模型, 并结合 Zernike 矩进行亚像素边缘检测, 如图 2 所示。

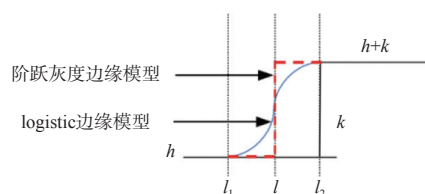


图 2 两种灰度边缘模型

Fig. 2 Two kinds of grayscale edge models

文献 [13] 提出一种新的边缘解法, 在考虑了光学系统的散焦和由于点扩散函数影响而产生的模糊, 可以将边缘模型定义为 $f(x) = k^{-1} + k^{-1} e^{-\sigma(x-l)} + h$, 其中 σ 是模糊因子, l 是边缘位置, 使用 logistic 函数进行模型建立。

根据上述边缘模型原理,在不考虑传感器噪声的条件下,将模型应用于 Zernike 矩像素的边缘定位:

$$f_{\text{logistic}}(x, x_i, y_i) = \begin{cases} h & x \leq l_1(x, y) \\ h + \frac{k}{1 + e^{-\sigma_b(x_i, y_i)(x - (l_1 + l_2)/2)}} & l_1(x_i, y_i) < x < l_2(x_i, y_i) \\ h + k & x \geq l_2(x, y) \end{cases} \quad (4)$$

式中 $\sigma_b(x, y)$ 表示边缘点 (x, y) 处边缘灰度分布模型的标准差。

对于接收光的探测器来说,每个探测器接收到光的角度和亮度是不同的,所以各个部分的成像规律是不同的。 $\sigma_b(x_i, y_i)$ 为 x_i 与 y_i 的函数 ($i = 1, \dots, 8$),

表示只选取目标图像的八邻域边缘灰度分布的标准差,并利用参数估计理论对图像边缘灰度分布模型的方差进行估计^[14-16]。

根据边缘模型,重新计算得到的图像的 Zernike 矩公式为

$$\begin{cases} Z'_{00} = 2 \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} h dy dx + 2 \int_{l_1}^{l_2} \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f_{\text{logistic}}(x) dy dx + 2 \int_{l_2}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} k dy dx \\ Z'_{11} = 2 \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} h(x - jy) dy dx + 2 \int_{l_1}^{l_2} \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f_{\text{logistic}}(x)(x - jy) dy dx + 2 \int_{l_2}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} k(x - jy) dy dx \\ Z'_{20} = 2 \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} h(2x^2 + 2y^2 - 1) dy dx + 2 \int_{l_1}^{l_2} \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f_{\text{logistic}}(x)(x^2 + 2y^2 - 1) dy dx + 2 \int_{l_2}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} k(x^2 + 2y^2 - 1) dy dx \end{cases} \quad (5)$$

最终求解得到:

$$\begin{cases} Z'_{00} = h\pi + \Delta k \left[\arcsin(l_1) - \arcsin(l_2) + l_1 \sqrt{1-l_1^2} - l_2 \sqrt{1-l_2^2} \right] + k \left[\frac{\pi}{2} - l_2 \sqrt{1-l_2^2} - \arcsin(l_2) \right] \\ Z'_{11} = \frac{2\Delta k}{3} \left[\sqrt{(1-l_1^2)^3} - \sqrt{(1-l_2^2)^3} \right] + \frac{2k}{3} \sqrt{(1-l_1^2)^3} \\ Z'_{20} = \frac{2}{3} \left[kl_2 \sqrt{(1-l_2^2)^3} - \Delta k \left(l_1^3 \sqrt{1-l_1^2} - l_2^3 \sqrt{1-l_2^2} - l_1 \sqrt{1-l_1^2} + l_2 \sqrt{1-l_2^2} \right) \right] \end{cases} \quad (6)$$

式中: l_1 表示从图像原点到边缘部分下边界的距离; l_2 表示从图像原点到边缘上边界的距离; h 表示背景灰度; k 表示背景与前景之间的灰度差; Δk 表示边缘区域灰度的均值。

按照式(6)求得新的子像素边缘为

$$l_m = \frac{Z'_{20}}{Z'_{11}} = \frac{\left(1 - \frac{\Delta k}{k}\right) l_2 (1-l_2^2) \sqrt{1-l_2^2} + \frac{\Delta k}{k} l_1 (1-l_1^2) \sqrt{1-l_1^2}}{\frac{\Delta k}{k} \sqrt{(1-l_2^2)^3} + \left(1 - \frac{\Delta k}{k}\right) \sqrt{(1-l_2^2)^3}} \quad (7)$$

式中 Δk 为边缘过渡段灰度的平均值。根据式(2)和式(3)可以得到新模型下求解的亚像素坐标为

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \frac{N}{2} l_m \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

2.2 阶跃阈值自适应提取算法

针对传统 Zernike 矩需要人为输入阶跃阈值的问题,提出一种阶跃阈值自适应算法。首先得到

所有候选点的 k 值,然后计算出每个点 7×7 范围内所有 k 值的均值 m 和标准差 σ 。在实际图像中边缘是连续分布的,根据正态分布规律,在 1 个标准差范围内的值可以代表 68.2% 的点,这样每个点的最终阶跃阈值范围为 $k_T = m \pm \sigma$,当点的 k 值在 k_T 范围内,即可判断它为边缘点。

通过自适应计算得到阶跃阈值 k_T ,解决了人工输入阈值可能造成边缘检测不准确的问题,在每个 7×7 小区域内的边缘都能被准确检测,得到的整幅光斑图像边缘更为精确。因为阈值自适应提取的标准是 7×7 范围的均值和标准差,所以具有较强的普适性。

3 实验与数据分析

远场激光中心检测系统示意图如图 3(a) 所示。通过探测阵列靶中嵌入红外 InGaAs 探测器接收激光,并通过图像处理得到完整的激光光斑图像。

由于大气的吸收、衰减和湍流等因素和激光器本身光学系统和结构的误差,获得的激光光斑并不是理想的圆形高斯光斑,而是一个不规则的形状,实验获得的图像如图 3(b) 所示。

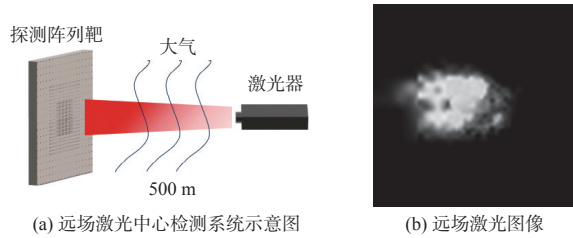


图 3 远场激光中心检测系统实验示意图

Fig. 3 Experimental diagram of far-field laser spot center detection system

本文通过使用 logistic 边缘模型的 Zernike 矩进行亚像素级边缘检测,可获得精确的亚像素边缘。最后通过最小二乘法椭圆拟合的方式,对亚像素边缘进行椭圆拟合^[17],确定光斑的中心位置。

为了能够正确评价所设计的算法识别中心的精确性,根据文献[18]中的方法,将激光光斑的中心理解为最大能量覆盖圆的圆心,作为标称值,检测到的光斑中心精度在 1 pixel 级别。首先建立 1 个面积和原始图像面积相同的圆形掩模,然后圆形掩模在原始图像上滑动遍历,能量之和最大的圆的圆心就是检测到的光斑中心,算法过程示意图如图 4 所示。

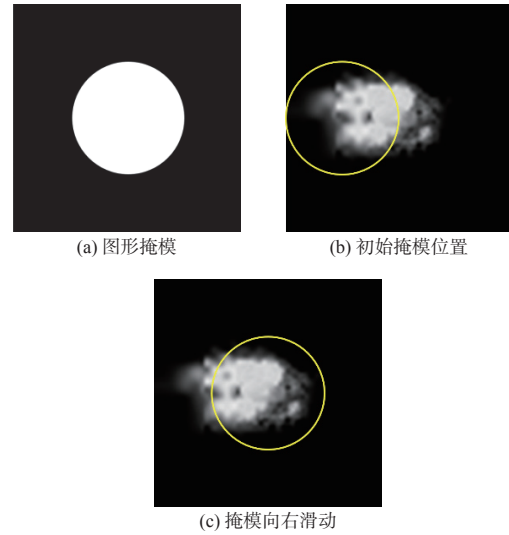


图 4 圆形掩模和滑动示意图

Fig. 4 Circular mask and sliding diagram

通过使用质心法、传统 Zernike 边缘检测椭圆拟合和以及改进后 Zernike 边缘检测椭圆拟合三种方法对光斑进行分析,给出了 5 帧光斑图像三种算法识别中心的坐标以及与文献[18]方法之间的误差,如表 1 所示。由表 1 可以看出,质心法易受边缘离群值影响,误差在 4 pixel 左右;传统 Zernike 矩因对边缘的识别精度不高,误差在 2 pixel 左右;本文算法引入 logistic 边缘模型和阶跃阈值自适应算法,精确识别边缘,误差在 0.5 pixel 左右,对比其他算法误差最小,识别最优。

表 1 不同算法识别中心的坐标以及误差

Table 1 Coordinate recognition of centers using different algorithms and errors

算法	坐标	光斑1	光斑2	光斑3	光斑4	光斑5
文献[18]	标准坐标	(78,93)	(79,93)	(78,93)	(78,93)	(78,93)
质心法	坐标	(75.1424, 91.9414)	(74.8204, 91.9414)	(75.2993, 92.2102)	(76.5744, 91.3654)	(75.7874, 92.7104)
	误差/pixel	3.047	4.259	2.813	2.169	2.231
传统Zernike矩方法	坐标	(76.2123, 93.6194)	(77.9677, 91.8535)	(75.9912, 93.4039)	(77.7795, 94.1819)	(76.8907, 91.7429)
	误差/pixel	1.892	1.542	2.450	1.202	1.6765
本文算法	坐标	(78.3731, 93.4190)	(78.3854, 93.4112)	(78.3901, 93.4050)	(78.3546, 93.4190)	(78.3781, 93.4052)
	误差/pixel	0.561	0.563	0.562	0.535	0.554

在远场大气传输过程中,会受到大气微小扰动的影响。为了验证算法的抗干扰能力,通过不同算法对连续 40 帧光斑识别中心偏差进行实验,如图 5 所示。

由图 5 可知,质心法中心偏差在 1.5 pixel 以内,

在非精密测量领域具有良好的实用性;传统 Zernike 边缘检测椭圆拟合后中心偏差在 2 pixel 以内;改进后的 Zernike 边缘检测算法进行最小二乘法椭圆拟合后,得到的光斑中心偏差在 1 pixel 以内,表明改进后的算法具有优异的鲁棒性。

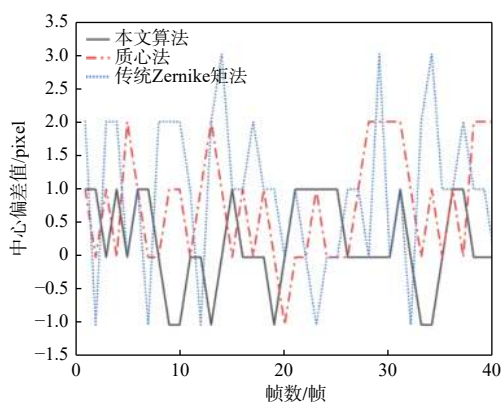


图 5 不同算法在多帧情况下的中心偏移量

Fig. 5 Center offset of different algorithms at multi frame scenarios

4 结论

针对激光系统在远场下受大气影响发生光斑能量不均和边界发散情况,本文在传统 Zernike 矩边缘检测基础上,使用 logistic 边缘模型替代传统的阶跃式灰度边缘模型,同时设计自适应阶跃阈值提取算法,减少了人为选择阶跃阈值带来的误差。对传统和改进后算法进行对比实验,实验结果表明:改进后算法的单帧误差在 0.5 pixel 左右;连续 40 帧光斑图像采用改进后的算法,中心偏差在 1 pixel 以内,拥有较高的精度和较强的鲁棒性,在实际工程中有广泛的应用价值。

参考文献:

- [1] 孔兵,王昭,谭玉山. 基于圆拟合的激光光斑中心检测算法[J]. *红外与激光工程*, 2002, 31(3): 275-279.
KONG Bing, WANG Zhao, TAN Yushan. Algorithm of laser spot detection based on circle fitting[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2002, 31(3): 275-279.
- [2] 杨耀权,施仁,于希宁,等. 用Hough变换提高激光光斑中心定位精度的算法[J]. *光学学报*, 1999, 19(12): 1655-1660.
YANG Yaoquan, SHI Ren, YU Xining, et al. An algorithm for improving the accuracy of laser spot center location by Hough transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, 19(12): 1655-1660.
- [3] 王丽丽,胡中文. 基于高斯拟合的激光光斑中心定位算法[J]. *应用光学*, 2012, 33(5): 985-991.
WANG Lili, HU Zhongwen. Laser spot center location algorithm based on Gaussian fitting[J]. *Journal of Applied Optics*, 2012, 33(5): 985-991.
- [4] 吴泽楷,李恭强,王文涛,等. 基于改进圆拟合算法的激光光斑中心检测[J]. *激光与红外*, 2016, 46(3): 346-350.
WU Zekai, LI Gongqiang, WANG Wentao. Laser spot center detection based on improved circle fitting algorithm[J]. *Laser & Infrared*, 2016, 46(3): 346-350.
- [5] 冯新星,张丽艳,叶南,等. 二维高斯分布光斑中心快速提取算法研究[J]. *光学学报*, 2012, 32(5): 78-85.
FENG Xinxing, ZHANG Liyan, YE Nan, et al. Fast algorithms on center location of two dimensional gaussian distribution spot[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(5): 78-85.
- [6] 陈和,杨志浩,郭磐,等. 激光光斑中心高精度定位算法研究[J]. *北京理工大学学报*, 2016, 36(2): 181-185.
CHEN He, YANG Zhihao, GUO Pan, et al. Research on high-precision positioning algorithm for laser spot center[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2016, 36(2): 181-185.
- [7] 张秋佳,赵玉华. 基于加权插值算法的激光光斑中心检测[J]. *激光与红外*, 2016, 46(1): 81-84.
ZHANG Qiujia, ZHAO Yuhua. Measurement method of laser spot center based on weight interpolation algorithm[J]. *Laser & Infrared*, 2016, 46(1): 81-84.
- [8] VAZQUEZ O A, KHIKHLUKHA D, SOLANO ALTAMIRANO M J, et al. Laser spot detection based on reaction diffusion[J]. *Sensors*, 2016, 16(3): 315.
- [9] 蔡旭明,李笑,刘玉县,等. 基于灰度直方图的激光光斑中心定位算法[J]. *激光技术*, 2023, 47(2): 273-279.
CAI Xuming, LI Xiao, LIU Yuxian, et al. Laser spot center localization algorithm based on grayscale histogram[J]. *Laser Technology*, 2023, 47(2): 273-279.
- [10] DA F P, ZHANG H. Sub-pixel edge detection based on an improved moment[J]. *Image and Vision Computing*, 2010, 28(12): 1645-1658.
- [11] HERMOSILLA T, BERMEJO E, BALAGUER A, et al. Non-linear fourth-order image interpolation for subpixel edge detection and localization[J]. *Image and Vision Computing*, 2008, 26(9): 1240-1248.
- [12] GUPTA S, MAZUMDAR S G. Sobel edge detection algorithm[J]. *International Journal of Computer Science and Management Research*, 2013, 2(2): 1578-1583.
- [13] CHEN P, CHEN F, HAN Y X, et al. Sub-pixel dimensional measurement with logistic edge model[J]. *Optik*, 2014, 125(9): 2076-2080.
- [14] SCOTT D W. Multivariate density estimation: theory, practice, and visualization[M]. New York: John Wiley &

- Sons, 2015: 200-220.
- [15] ZHAO Z J, KUANG X K, ZHU Y K, et al. Combined kernel for fast GPU computation of Zernike moments[J]. *Real-Time Image Proc.*, 2020, 18(3): 431-444.
- [16] TRUJILLO P A, KRISSIAN K, ALEMAN F M, et al. Accurate subpixel edge location based on partial area effect[J]. *Image and Vision Computing*, 2013, 31(1): 72-90.
- [17] CHUNG E, ITO K, YAMAMOTO M. Least squares formulation for ill-posed inverse problems and applications[J]. *Applicable Analysis*, 2022, 101(15): 5247-5261.
- [18] 何佳凯, 黄来玉, 杨德振, 等. 远近场自适应激光光斑能量中心检测[J]. *激光与红外*, 2022, 52(4): 620-624.
- HE Jiakai, HUANG Laiyu, YANG Dezhen, et al. Far and near field adaptive laser spot energy center detection[J]. *Laser & Infrared*, 2022, 52(4): 620-624.