

任意形状孔径的干涉图时空移相方法

张力伟 陈浩博 鲍海宇 吴幸智 孙文卿 吴泉英

Spatiotemporal phase-shifting method for interferograms of apertures with arbitrary shape

ZHANG Liwei, CHEN Haobo, BAO Haiyu, WU Xingzhi, SUN Wenqing, WU Quanying

引用本文:

张力伟, 陈浩博, 鲍海宇, 等. 任意形状孔径的干涉图时空移相方法[J]. 应用光学, 2023, 44(5): 1080–1087. DOI: 10.5768/JAO202344.0503004

ZHANG Liwei, CHEN Haobo, BAO Haiyu, et al. Spatiotemporal phase-shifting method for interferograms of apertures with arbitrary shape[J]. Journal of Applied Optics, 2023, 44(5): 1080–1087. DOI: 10.5768/JAO202344.0503004

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.5768/JAO202344.0503004>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于波长移相剪切干涉的准直波前重构技术

Collimated wavefront reconstruction based on wavelength phase-shifting shear interferometry

应用光学. 2020, 41(1): 67–73 <https://doi.org/10.5768/JAO202041.0102001>

基于同步移相显微干涉的血红细胞形貌测量方法

Profile measurement of red blood cells based on simultaneous phase-shifting microscopic interference

应用光学. 2020, 41(5): 1020–1025 <https://doi.org/10.5768/JAO202041.0503003>

FFT动态相位重建算法的滤波窗影响分析

Analysis for effect of filter window on fast Fourier transform dynamic phase reconstruction algorithm

应用光学. 2020, 41(1): 163–169 <https://doi.org/10.5768/JAO202041.0105002>

低多义性误差的条纹反射技术系统结构研究

Structure of fringe reflection technique with low phase ambiguous error

应用光学. 2017, 38(4): 575–580 <https://doi.org/10.5768/JAO201738.0401010>

基于波像差判据的同步相移显微干涉检焦方法

Synchronous phase-shifting microscopic interference focal detection method based on wave aberration criteria

应用光学. 2021, 42(4): 703–708 <https://doi.org/10.5768/JAO202142.0403002>

宽谱段相移干涉多自由度采集系统设计与分析

Multi-degree of freedom acquisition system based on wide-spectrum phase-shifting interferometry

应用光学. 2021, 42(5): 775–781 <https://doi.org/10.5768/JAO202142.0501003>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

文章编号: 1002-2082 (2023) 05-1080-08

任意形状孔径的干涉图时空移相方法

张力伟^{1,2}, 陈浩博^{1,2}, 鲍海宇^{1,2}, 吴幸智^{1,2}, 孙文卿^{1,2}, 吴泉英^{1,2}

(1. 苏州科技大学 物理科学与技术学院, 江苏 苏州 215009; 2. 江苏省微纳热流技术与能源应用重点实验室, 江苏 苏州 215009)

摘要: 移相干涉术作为一种高灵敏度的非接触式光学测量方法, 在精密测量领域得到了广泛的应用。时空移相方法 (spatiotemporal phase-shifting method, ST-PSM) 作为一种高精确度的移相算法, 可避免传统移相算法的周期误差。这使得该算法适用于存在背景光强不均匀、调制度波动以及移相误差的情况, 同时也能测量畸变的干涉条纹图像。然而, 该方法中的插值拟合步骤要求干涉图呈矩形区域, 对于非矩形孔径的光学元件, 无法测量其面形全貌。为突破该局限性, 提出将干涉图延拓技术与该方法结合, 移相干涉图经延拓成矩形后, 再使用时空移相方法进行相位提取, 以获得完整的面形信息。数值模拟及实验结果显示, 就相同形状下的干涉图, 经延拓后使用时空移相方法相较于未延拓测得的波面峰谷值与均方根值更精确。以圆形为例, 经延拓后峰谷值由 0.1236λ 降至 0.0446λ , 均方根值由 0.0117λ 降至 0.0109λ ($\lambda=633\text{ nm}$)。结果表明该方法可用于非矩形光学元件的精确测量。

关键词: 光学测量; 移相干涉; 离散傅里叶变换; 时空移相; 条纹延拓; 相位提取

中图分类号: P164TN249

文献标志码: A

DOI: 10.5768/JAO202344.0503004

Spatiotemporal phase-shifting method for interferograms of apertures with arbitrary shape

ZHANG Liwei^{1,2}, CHEN Haobo^{1,2}, BAO Haiyu^{1,2}, WU Xingzhi^{1,2}, SUN Wenqing^{1,2}, WU Quanying^{1,2}

(1. School of Physical Science and Technology, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou 215009, China; 2. Jiangsu Key Laboratory of Micro and Nano Heat Fluid Flow Technology and Energy Application, Suzhou 215009, China)

Abstract: Phase-shifting interferometry is a highly sensitive non-contact optical measurement method that has been widely used in the field of precision measurement. The spatiotemporal phase-shifting method (ST-PSM) is a phase-shifting algorithm known for its high accuracy, which can avoid periodic errors that are typical of traditional phase-shifting algorithms. This makes it suitable for use in the presence of uneven background light intensity, modulation fluctuations and phase-shifting errors, as well as for measuring distorted interferometric fringe images. However, the interpolation fitting step of this method requires the interferogram to be in a rectangular region, which makes it difficult to measure the complete surface shape of optical elements with non-rectangular apertures. To address this limitation, a novel approach that combined the interferogram spreading technology with the ST-PSM method was proposed. This involved spreading the interferogram into a rectangle, which enabled the ST-PSM method to extract the phase and obtain the complete surface shape information. Numerical simulations and experimental results show that for interferograms with the same shape, the peak-valley values and root mean square values of the wave surface measured by the ST-PSM method with

收稿日期: 2022-12-01; 修回日期: 2023-02-22

基金项目: 国家自然科学基金 (61875145, 11804243); “十四五”江苏省重点学科资助 (2021135); 江苏省高校基础科学研究重大项目 (22KJA140002); 江苏省产学研合作项目 (BY2022853)

作者简介: 张力伟 (1997—), 男, 硕士研究生, 主要从事光干涉图像处理研究。E-mail: 2086528873@qq.com

通信作者: 孙文卿 (1984—), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要从事光学计量测试与图像处理研究。

E-mail: sunwenqing@mail.usts.edu.cn

spreading are more accurate than those obtained by using the ST-PSM method without spreading. Taking the circle as an example, the peak-valley value decreases from $0.123\ 6\ \lambda$ to $0.044\ 6\ \lambda$ after extension, and the root mean square value decreases from $0.011\ 7\ \lambda$ to $0.010\ 9\ \lambda$ (where λ is $633\ \text{nm}$). The above results demonstrate that the proposed method can be used for accurate measurement of non-rectangular optical elements.

Key words: optical measurement; phase-shifting interferometry; discrete Fourier transform; spatiotemporal phase shifting; fringe spreading; phase extraction

引言

光学干涉测量技术以光的波长为计量单位,具有非接触、高精度、高空间分辨率及全场测量等优点,被广泛运用在形貌测量等领域。自 BRUNING J H 等将通信理论中的同步相位探测技术引入光学干涉术中^[1],提出了移相干涉 (phase-shifting interferometry, PSI) 技术以来,移相算法不断发展。为摆脱固定步长的限制,STOILOV G 等提出了等步长算法^[2]; OKADA K 等为了解决振动导致的随机移相问题,提出了迭代算法^[3]; WANG Z 等在此基础上省略了多余的迭代步骤,提出了改进的最小二乘迭代算法^[4]; CHEN Y 等从条纹模型的适用性提出了广义的迭代算法^[5]; DUAN M L 等针对倾斜移相问题,提出使用最小二乘迭代计算倾斜系数并进行校正^[6]。以上算法所需求的干涉图帧数较多,近年来研究者提出了多种基于两幅移相干涉图的算法,如 ZHANG Y 等将李萨如椭圆拟合与主成分分析法结合,由于没有迭代步骤,算法流程大幅缩减^[7-8]; ZHU R 等提出了一种基于两帧干涉图的重叠重构法,通过简单的图像处理与傅里叶变换,即可求取相位信息^[9];除单色光移相外,双波长干涉^[10]与白光干涉^[11-13]亦有各自的优势。

RI S 等将抽样云纹法^[14]与时域移相结合,提出了一种时空移相方法^[15],对每一帧移相干涉图进行插值,之后使用二维离散傅里叶变换算法提取压包相位。该方法相较于传统的移相算法展现出了更高的精度,且在背景光强、调制度与移相量产生变化时体现出了较强的鲁棒性,然而插值步骤必须使用矩形图像区域,通常需要对圆形视场下干涉图进行裁剪,这会导致无法完整测量整幅干涉图的相位信息。若直接对未经延拓的干涉图使用时空移相方法,则会导致干涉图边缘区域的相位结果产生误差。

为扩大时空移相方法所能测量的形状范围,加强时空移相方法的泛用性,本文提出将干涉图延

拓技术与时空移相法相结合,将任意形状干涉图延拓成矩形,经时空移相方法处理后提取出有效区域内的相位值。除圆形以外,仿真与实验亦对正三角形、正五边形、正六边形与不规则形状区域进行了延拓测试。为验证有效性,利用该方法对光学平晶进行了测量,就延拓与否以及不同干涉图形状的情况进行了对比,并将算法测得结果与 ZYGO 干涉仪测量结果进行了对比。

1 移相干涉技术基本原理

1.1 N 步时域移相

N 步时域移相的基本原理为:通过等量改变两束相干光的光程差,引入等量的相位差变化,使干涉条纹发生移动,再通过 CCD(charge coupled-device)采集不同光程差下的条纹图并使用移相算法提取被测物件表面的相位包裹图。在理想的条件下,干涉场中第 n 幅干涉图每点的光强都可以表示为

$$I(x, y; n) = A(x, y) + B(x, y) \cos \left[2\pi \frac{x}{P} + \varphi_0(x, y) + 2\pi \frac{n}{N} \right] = A(x, y) + B(x, y) \cos \left[\varphi(x, y) + 2\pi \frac{n}{N} \right], (n = 0, 1, \dots, N-1) \quad (1)$$

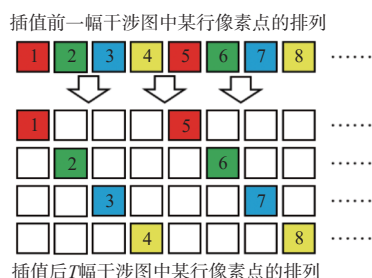
式中: A 为干涉图的背景光强; B 为干涉图的调制度; φ 为待测相位; P 为横坐标方向上的条纹间距; φ_0 为与物体形状相关的相位值。利用一维离散傅里叶变换求解式 (1),可以得到所需的相位信息。

1.2 时空移相方法

时空移相法在 N 步时域移相的基础上对每一幅干涉图使用抽样云纹法进行采样与插值拟合。抽样云纹法原理如图 1 所示,以干涉图中的一行像素为例,以第 1 个像素点为起点,以恒定抽样间距 T 进行采样,所有行经过插值拟合后得到第 1 幅莫尔条纹图,同样地,以第 2 个像素为起点,进行抽样与插值拟合获得第 2 幅莫尔条纹图。类似依像素点顺序处理,可获得 T 幅移相莫尔条纹图,于是第 n 幅移相干涉图的第 t 幅莫尔条纹图可表示为

$$I_m(x, y; t, n) = A(x, y) + B(x, y) \cos \left[2\pi \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{T} \right) x + \varphi_0(x, y) + 2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{n}{N} \right] =$$

$$A(x, y) + B(x, y) \cos \left[\varphi(x, y) + 2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{n}{N} \right], (t = 0, 1, \dots, T-1; n = 0, 1, \dots, N-1) \quad (2)$$

图1 采样距离 $T=4$ 时的抽样云纹法原理图Fig. 1 Schematic diagram of sampling moiré method at $T=4$

对式(2)进行二维离散傅里叶变换即可获得像素点 (x, y) 处的包裹相位, 如式(3)所示:

$$\varphi(x, y) = \arg \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{T-1} I_m(x, y; t, n) W_T^t W_N^n \right\} \quad (3)$$

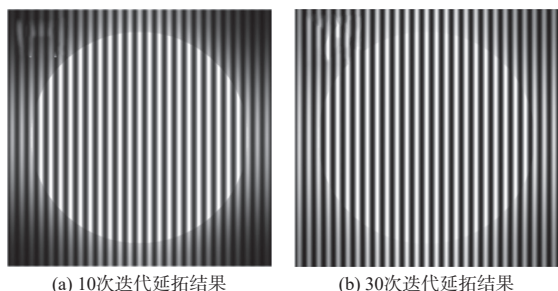
式中 W 为离散傅里叶变换中的旋转因子, 其定义为

$$W_K^k = \exp(-j \frac{2\pi k}{K}), (k = 0, 1, \dots, K-1) \quad (4)$$

对包裹相位进行解包裹后再进行消倾斜处理, 获得被测件表面的真实相位 Φ , 将 Φ 除以 2π , 即可得以波长为单位的被测件表面矢高 h 。

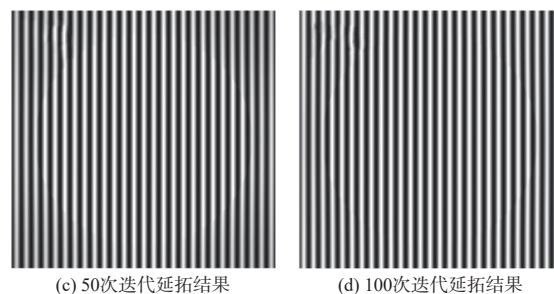
1.3 干涉图延拓

在光学测量中常会使用傅里叶变换算法处理单帧干涉图, 然而实际的干涉图都具有有限的大小和清晰的边界, 干涉条纹在孔径边界突然消失, 经傅里叶变换算法提取恢复后的相位在孔径边缘处会产生很大的误差, 即边缘误差^[16]。为解决该问题, 朱荣刚提出了基于迭代傅里叶变换的延拓方法^[17], 干涉图经迭代延拓成矩形并以傅里叶变换算法提取相位后, 仅提取原先有效区域的结果, 可在避免边缘误差的情况下获得相位信息。延拓技术对线性载频条纹干涉图具有较好的效果, 图2为不同迭代次数下的延拓结果。仿真与实验所用方法的流程图如图3所示。



(a) 10次迭代延拓结果

(b) 30次迭代延拓结果



(c) 50次迭代延拓结果

(d) 100次迭代延拓结果

图2 不同次数迭代延拓结果

Fig. 2 Spreading results of different times iteration

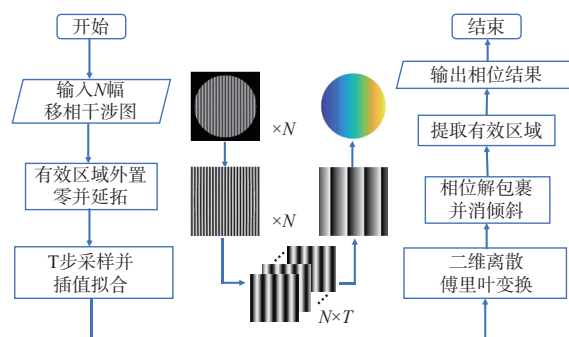


图3 任意形状孔径的干涉图时空移相方法流程图

Fig. 3 Flow chart of spatiotemporal phase-shifting method for interferograms of apertures with arbitrary shape

2 数值仿真

为验证本文方法的有效性, 以模拟的相位作为测试波前, 干涉图的像素采样点数为 720×720 , 设定背景光强与调制度分别为

$$A(x, y) = 0.0625(x-1) + 80 + N_{\text{rand}}(x, y) \quad (5)$$

$$B(x, y) = 0.0345(x-1) + 50 + N_{\text{rand}}(x, y) \quad (6)$$

式中 N_{rand} 为 $(-8, 8)$ 的随机噪声, 并对仿真干涉图像整体加入 $(-\pi/8, \pi/8)$ 的随机移相误差。此外还需加入一定的载频 F_{tilt} :

$$F_{\text{tilt}}(x, y) = 0.02x \quad (7)$$

载频斜率需大于测试波前, 若不然条纹数量过少, 经插值拟合后的干涉图与未插值的干涉图无明显差别。然而受限于图像分辨率的限制, 载频斜率亦不能过大, 干涉图中的一个条纹周期至少超过 20 像素。生成 4 幅移相干涉图, 干涉图有效区域为圆形, 如图4所示。

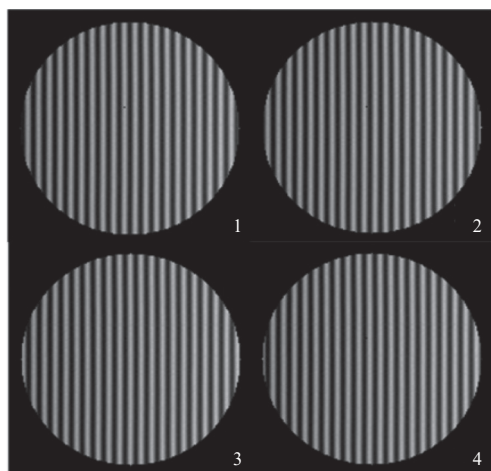


图4 仿真四幅干涉图

Fig. 4 Four simulated phase-shifting interferograms

对于延拓迭代次数的选择, 本文假设经某一次迭代后, 相邻两幅干涉图中所有像素点对应光强之差的总和小于1时, 称该迭代次数为临界迭代次数。以圆形干涉图的有效区域, 其共心正方形为延拓目标, 经数值仿真, 图像中像素总数相同时(取像素总数为 720×720), 临界迭代次数与有效区域占比的关系如图5中的黑色虚折线所示, 有效区域占比越高, 则临界迭代次数越少; 图像中有效区域占比相同时(取有效区域占比为 78.5%), 临界迭代次数与像素总数的关系如图5中的红色实折线所示, 总像素数越低, 则临界迭代次数越少。临界迭代次数的引入, 使得在不同像素总数及有效区域占比的情况下均可获得稳定的延拓结果。仿真与实验的延拓迭代次数均选取临界迭代次数。

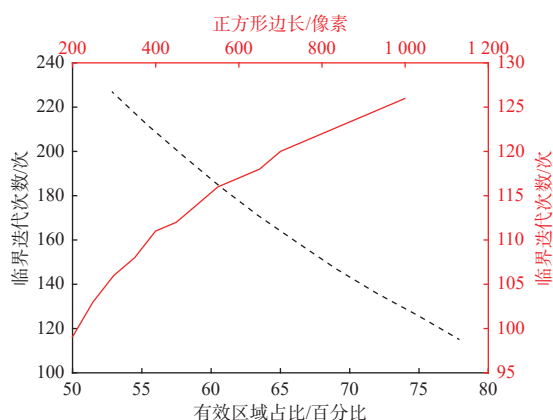


图5 临界迭代次数与总像素数及有效区域占比的关系图

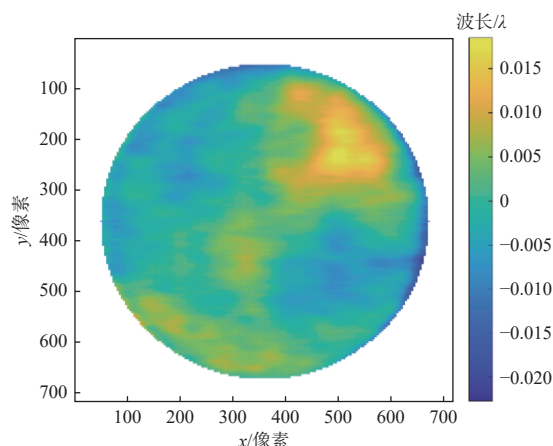
Fig. 5 Relations between the number of critical iterations, the total number of pixels and proportion of effective regions

利用时空移相方法对经延拓后的干涉图提取相位信息, 抽样间距与插值函数的选择 RI S 等^[14]已经进行过研究, 本文不再赘述。对于波面的分析, 采用峰谷值 (PV) 与均方根 (RMS) 这两个评价指标。PV 值的计算原理为: 遍历所有有效区域像素, 寻找并标记表面矢高数据的最大值与最小值, 将最大值减去最小值, 即得到 PV 值。RMS 值的计算原理为: 统计有效区域像素总数, 将所有有效区域像素处的表面矢高数据平方后求和, 再除以有效区域像素总数 N_{pixel} , 最后对得到的商开平方, 即得到 RMS 值。PV 与 RMS 的计算公式如下:

$$V_{\text{PV}} = \max[h(x, y)] - \min[h(x, y)] \quad (8)$$

$$V_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\sum [h(x, y)]^2}{N_{\text{pixel}}}} \quad (9)$$

仿真结果如图6(a)、图6(b)所示, 波面 PV 为 0.0346λ (λ 为干涉仪的光源波长), RMS 为 0.0040λ , 残差 PV 为 0.0207λ , RMS 值为 0.0047λ 。残差 PV 达到百分位, 这表明本方法能精确地从干涉图中复原出相位分布。未经延拓的干涉图直接采用时空移相方法处理后, 得到结果如图6(c)、图6(d)所示, 相位分布的 PV 和 RMS 分别为 0.1236λ 和 0.0117λ , 残差的 PV 与 RMS 值分别为 0.1215λ 和 0.0090λ 。除圆形以外, 本文亦将干涉图有效区域改为图7所示正三角形、正五边形、正六边形与不规则形状并进行了仿真。表1中的相位面形展示了不同形状干涉图经延拓后所得相位结果的 PV 与 RMS, 表1中的残差则展示了所得相位结果与设定相位的残差 PV 及 RMS; 表2中的相位结果展示了不同形状干涉图未经延拓所得相位结果的 PV 与 RMS, 表2中的残差则展示了所得相位结果与设定相位的残差 PV 及 RMS。



(a) 延拓后得到的相位结果

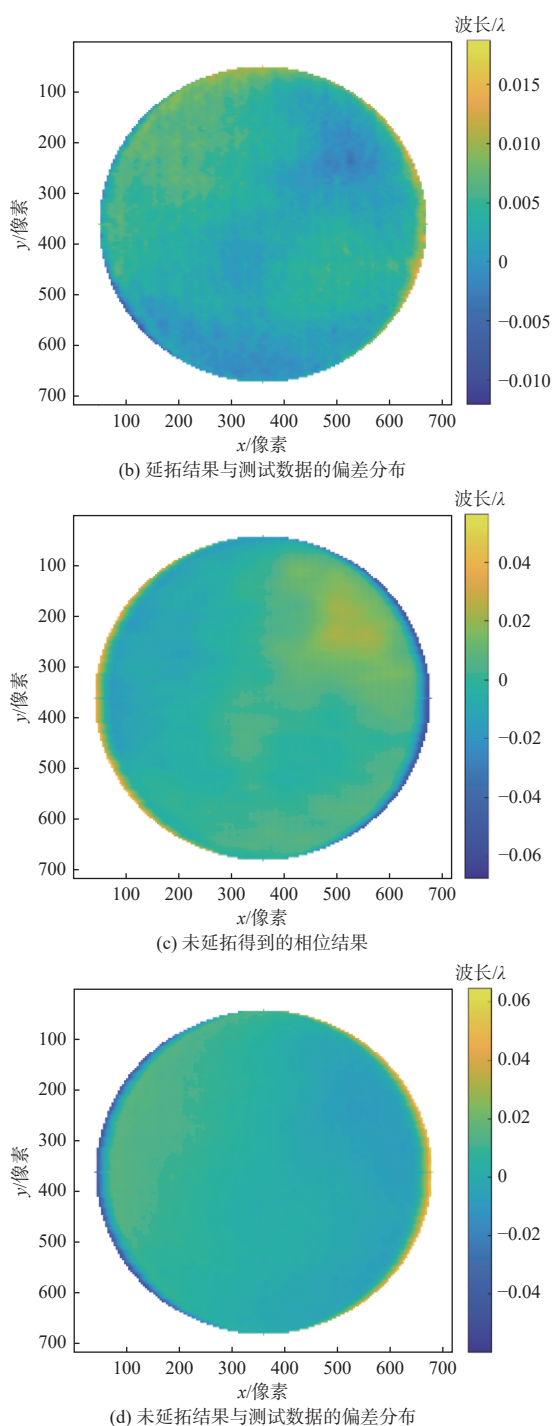


图 6 仿真结果

Fig. 6 Simulation results

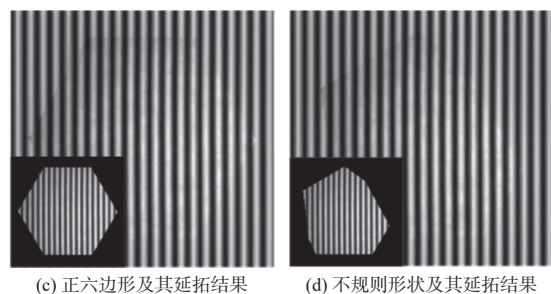
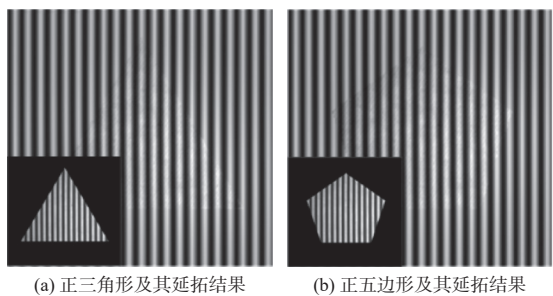


图 7 不同形状的干涉图延拓结果

Fig. 7 Spreading results of interferograms with different shape apertures

表 1 不同形状的干涉图经延拓后的仿真结果

Table 1 Simulation results of interferograms with different shape apertures after spreading

形状	相位面形		残差	
	PV/ λ	RMS/ λ	PV/ λ	RMS/ λ
圆形	0.0346	0.0040	0.0207	0.0047
正三角形	0.0377	0.0047	0.0170	0.0052
正五边形	0.0398	0.0056	0.0214	0.0056
正六边形	0.0438	0.0052	0.0228	0.0056
不规则形	0.0855	0.0086	0.0632	0.0072

表 2 不同形状的干涉图未经延拓的仿真结果

Table 2 Simulation results of interferograms with different shape apertures without spreading

形状	相位面形		残差	
	PV/ λ	RMS/ λ	PV/ λ	RMS/ λ
圆形	0.1236	0.0117	0.1215	0.0090
正三角形	3.9697	0.6488	3.9777	0.6489
正五边形	0.1577	0.0165	0.1616	0.0168
正六边形	0.1659	0.0153	0.1599	0.0151
不规则形	1.3971	0.0248	1.4069	0.0250

可以发现,若对干涉图组直接使用时空移相方法,计算出的相位结果会在干涉图边缘区域产生较为明显的误差。延拓后的干涉图经时空移相方法处理后,提取出的相位分布精确度更高,对于不同形状的干涉图,获得的 PV 与 RMS 均有改善。

3 实验验证与结果分析

以口径为 60 mm 的光学平面为测试样品,测

试系统为型号 GPI XP/D 的 ZYGO 干涉仪, 其光路结构图如图 8 所示。测试波长为 633 nm, 干涉图像素数为 720×720。

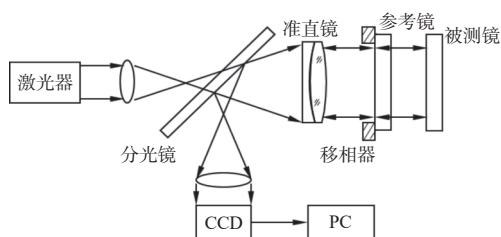


图 8 干涉仪光路结构图

Fig. 8 Structure diagram of interferometer optical path

截取 10 组自然环境下测试时的 4 幅移相干涉图, 其中 1 组如图 9 所示。采用本文方法提取相位信息, 得到结果如图 10(a) 所示, 波面 PV 与 RMS 值分别为 0.0446λ 和 0.0109λ 。未经延拓的干涉图直接采用时空移相方法处理后, 得到结果如图 10(b) 所示, 相位分布的 PV 和 RMS 分别为 0.1236λ 和 0.0117λ 。此外, 本文也使用传统四步移相算法提取了相位信息, 得到结果如图 10(c), 相位分布的 PV 和 RMS 分别为 0.0768λ 和 0.0169λ 。同样除圆形以外, 亦将干涉图有效区域改为图 7 所示正三角形、正五边形、正六边形与不规则形状并进行了实验。表 3 中的相位面形展示了不同形状干涉图经延拓后所得相位结果的 PV 与 RMS, 表 3 中的残差则展示了所得相位结果与 ZYGO 干涉仪所得相位结果的残差 PV 及 RMS。表 4 中的相位面形展示了不同形状干涉图未经延拓所得相位结果的 PV 与 RMS, 表 4 中的残差则展示了所得相位结果与 ZYGO 干涉仪所得相位结果的残差 PV 及 RMS。

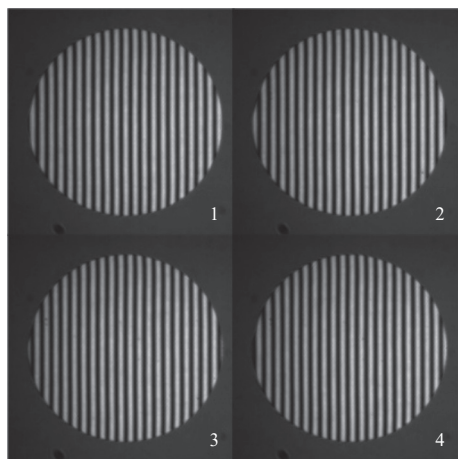


图 9 实验中采集的 4 幅干涉图

Fig. 9 Four interferograms collected in experiment

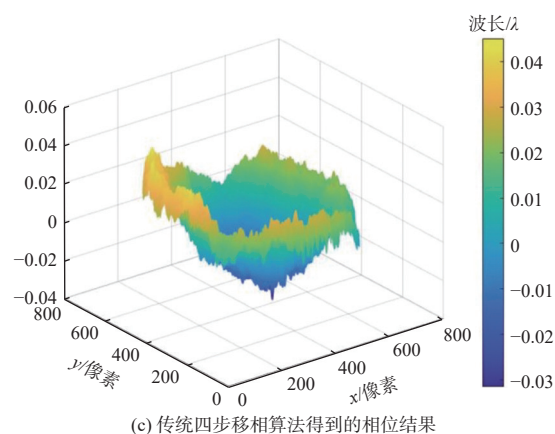
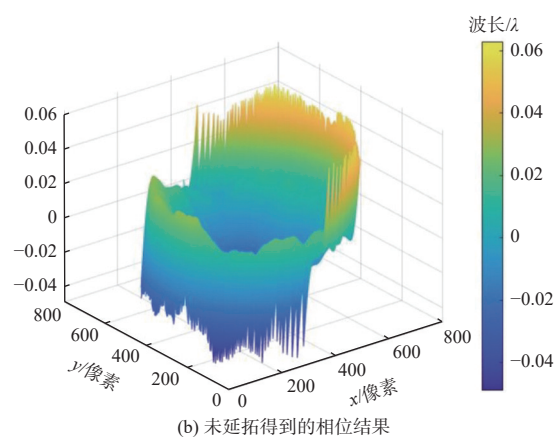
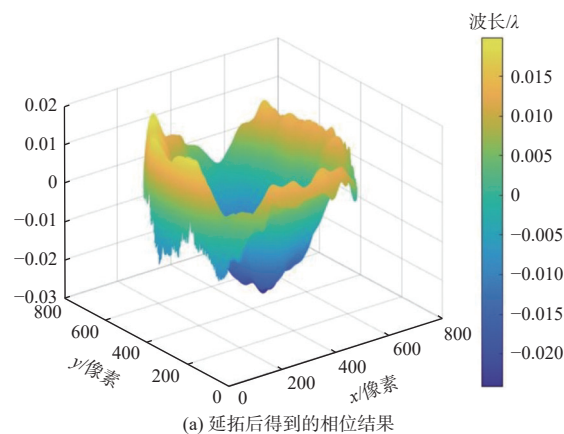


图 10 实验结果

Fig. 10 Experimental results

表 3 不同形状的干涉图经延拓后的实验结果

Table 3 Experimental results of interferograms with different shape apertures after spreading

形状	相位面形		残差	
	PV/ λ	RMS/ λ	PV/ λ	RMS/ λ
圆形	0.0446	0.0109	0.0276	0.0071
正三角形	0.0522	0.0115	0.0373	0.0075
正五边形	0.0509	0.0091	0.0344	0.0065
正六边形	0.0602	0.0133	0.0473	0.0070
不规则形	0.0602	0.0127	0.0439	0.0072

表 4 不同形状的干涉图未经延拓的实验结果

Table 4 Experimental results of interferograms with different shape apertures without spreading

形状	相位面形		残差	
	PV/ λ	RMS/ λ	PV/ λ	RMS/ λ
圆形	0.123 6	0.011 7	0.112 4	0.010 9
正三角形	0.131 0	0.016 6	0.121 6	0.014 0
正五边形	0.109 2	0.014 2	0.106 0	0.012 4
正六边形	0.103 9	0.016 1	0.109 3	0.011 6
不规则形	0.114 5	0.016 1	0.112 2	0.012 1

由图表数据可以看出,对未延拓的干涉图直接套用时空移相方法,其所得结果由于边缘误差过大,不如传统四步移相算法。延拓后的干涉图,经时空移相方法处理后,抑制了边缘误差,获得的相位结果更加准确,且由于延拓成了矩形,获得了完整有效区域的相位信息,其结果优于传统四步移相算法。此外,不同形状所得结果的PV值平均下降了53.4%,RMS平均下降了22.4%。由表3残差数据可以看出,本文所提出的方法与ZYGO干涉仪测得结果一致。不同形状中,圆形干涉图取得的效果最佳,验证了仿真结果的正确性。

4 结论

使用时空移相方法测量表面形貌时,采样与插值拟合时使用的测量区域必须是矩形,对于圆形孔径下的干涉图造成了相位信息缺失,本文提出了基于干涉图延拓技术的时空移相方法,利用延拓技术将干涉图延拓至矩形,后经时空移相方法获得圆形区域下的相位信息。除圆形以外,亦对三角形、五边形、六边形与不规则形状的干涉图进行了延拓,相同形状的干涉图,延拓后的情况相较于未延拓的情况,不会缺失有效区域内的相位信息,获得的面形信息结果更加完整,且延拓步骤能有效改善直接套用时空移相方法所带来的边缘误差。此外,对于基于迭代傅里叶变换的延拓算法,本文对其两个影响因素进行了研究,并提出了一个判断迭代次数足够与否的方案,以适应不同分辨率及有效区域占比的干涉图。仿真结果表明,相同形状的干涉图延拓后的结果对比未延拓的结果,相位分布更加精确,且该方法对于移相误差不敏感,具有抗振能力。以光学平晶为样品进行实验,不同形状干涉图经延拓后所得结果相较于未延拓,PV值平均下降了53.4%,RMS平均下降了22.4%,

且与ZYGO干涉仪的测量结果一致。样品边缘面形误差较小,证明了仿真结果的正确性。延拓技术弥补了时空移相方法的局限性,使其能够在保持较高精确性的同时,扩大其测量范围。

参考文献:

- [1] BRUNING J H, HERRIOTT D R, GALLAGHER J E, et al. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses[J]. *Applied Optics*, 1974, 13(11): 2693-2703.
- [2] STOILOV G, DRAGOSTINOV T. Phase-stepping interferometry: five-frame algorithm with an arbitrary step[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 1997, 28(1): 61-9.
- [3] OKADA K, SATO A, TSUJIUCHI J. Simultaneous calculation of phase distribution and scanning phase shift in phase shifting interferometry[J]. *Optics Communications*, 1991, 84(3/4): 118-124.
- [4] WANG Z, HAN B. Advanced iterative algorithm for randomly phase-shifted interferograms with intra- and inter-frame intensity variations[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2007, 45(2): 274-280.
- [5] CHEN Y, QIAN K. General iterative algorithm for phase-extraction from fringe patterns with random phase-shifts, intensity harmonics and non-uniform phase-shift distribution[J]. *Optics Express*, 2021, 29(19): 30905-30926.
- [6] DUAN M L, ZONG Y, ZHU R H, et al. Phase-tilt iteration: accurate and robust phase extraction from random tilt-shift interferograms[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2021, 142(2): 106595.
- [7] ZHANG Y, TIAN X, LIANG R G. Phase extraction from two randomly phase shifted interferograms by combining advanced principal component analysis and Lissajous ellipse fitting[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2020, 132: 106134.
- [8] ZHANG Y. Random phase retrieval approach using Euclidean matrix norm of sum and difference map and fast least-squares algorithm[J]. *Optics Communications*, 2020, 460: 125174.
- [9] ZHU R, LI B, ZHU R, et al. Phase extraction from two phase-shifting fringe patterns using spatial-temporal fringes method[J]. *Optics Express*, 2016, 24(7): 6814-6824.
- [10] 樊国翔, 李杨, 张文喜, 等. 全视场外差移相双波长干涉面形检测技术[J]. *红外与激光工程*, 2022, 51(9):

- 20220118.
- FAN Guoxiang, LI Yang, ZHANG Wenxi, et al. Full-field heterodyne phase shifting two-wavelength interferometry surface testing technologies[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2022, 51(9): 20220118.
- [11] 张超, 袁群, 张佳乐, 等. 白光显微干涉三维形貌测量中的移相误差校正方法[J]. *红外与激光工程*, 2022, 51(7): 20220050.
- ZHANG Chao, YUAN Qun, ZHANG Jiale, et al. Calibration method of the phase-shifting error for the topography measurement utilizing white light interferometric microscopy[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2022, 51(7): 20220050.
- [12] 蔡娅雯, 张庆君, 刘杰, 等. 宽谱段相移干涉多自由度采集系统设计与分析[J]. *应用光学*, 2021, 42(5): 775-781.
- CAI Yawen, ZHANG Qingjun, LIU Jie, et al. Multi-degree of freedom acquisition system based on wide-spectrum phase-shifting interferometry[J]. *Journal of Applied Optics*, 2021, 42(5): 775-781.
- [13] 翟中生, 张艺, 冯维, 等. 高灵敏度微位移零差干涉方法[J]. *应用光学*, 2022, 43(1): 74-80.
- ZHAI Zhongsheng, ZHANG Yi, FENG Wei, et al. High sensitivity micro-displacement homodyne interferometry[J]. *Journal of Applied Optics*, 2022, 43(1): 74-80.
- [14] RI S, MURAMATSU T. Theoretical error analysis of the sampling moire method and phase compensation methodology for single-shot phase analysis[J]. *Applied Optics*, 2012, 51(16): 3214-3223.
- [15] RI S, TAKIMOTO T, XIA P, et al. Accurate phase analysis of interferometric fringes by the spatiotemporal phase-shifting method[J]. *Journal of Optics*, 2020, 22(10): 105703.
- [16] 吴伦哲, 徐学科, 吴令奇, 等. 非球面光学元件面形误差边缘处理方法[J]. *红外与激光工程*, 2022, 51(9): 20220602.
- WU Lunzhe, XU Xueke, WU Lingqi, et al. Method of edge control on surface error in aspherical optics [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2022, 51(9): 20220602.
- [17] 朱荣刚. 基于时空条纹图法的相位提取技术及其应用研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2018.
- ZHU Ronggang. Study of spatial-temporal fringe-based phase extraction technique and its applications[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2018.