文章编号:1002-2082(2011)05-0894-05

螺旋锥束 CT 中两种解析重建算法的研究

王 勃,薛 迎,蔚慧甜

(中北大学,电子测试技术国家重点实验室,山西 太原 030051)

摘 要:研究了锥束螺旋 Katsevich 和 FDK 重建算法,并对这两种算法进行比较。实验结果表明:当投影数据没有噪声的时候,FDK 算法和 Katsevich 算法均能取得较好的效果,当对实际物体进行重建的时候,投影数据含有噪声, Katsevich 算法需要对投影数据求导,而它对投影数据的噪声较敏感,重建质量有所下降。

关键词:螺旋 CT;图像重建;FDK 算法;Katsevich 算法

中图分类号:TN202;TP391.9 文献标志码:A

Two analytical reconstruction algorithms for spiral cone-beam computerized tomography

WANG Bo, XUE Ying, YU Hui-tian

(National Key Lab for Electronic Measurement and Technology, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: The Katsevich and FDK reconstruction algorithms for cone-beam spiral scan were studied and compared. The results showed that FDK algorithm and Katsevich algorithm obtained good results when the projection data did not contain noise; however, when the Katsevich algorithm was used to compute the derivative of the projection data containing noise for the reconstruction of actual object, the reconstruction quality declined because this algorithm was sensitive to the noise of projection data.

Key words: spiral CT; image reconstruction; FDK algorithm; Katsevich algorithm

引言

近年来,螺旋锥束 CT 在医学和工业上得到越来越广泛的应用,同时螺旋锥束图像重建算法也在迅速发展。螺旋 CT 重建算法可分为:近似重建算法、精确重建算法等。近似重建算法以 FDK 算法为代表,其实现简单、成像速度快,主要缺点是 X 射线 Z 轴向锥角较大时,远离中心层的重建图像误差较大。Katsevich 在 2002 年提出的三维锥束 CT 精确重建算法具有突破性进展[1-2]。该算法虽然在理论上是精确的,但现实中要实现精确却很困难,Yu Hengyong 等人对实现该算法有比较好的结果[3],并对实现重建中的伪影进行了分类[4]。本文实现了螺旋锥束轨迹下这两种解析重建算法:FDK 算法和 Katsevich 算法,并对这两种算法进行了比较研究,最后通过仿真数据和实际采集的实验数据验证了这两种算法。

1 算法介绍

螺旋锥束 CT 几何位置关系如图 1 所示。射线源 S 的扫描轨迹为($R\cos s$, $R\sin s$, $\frac{hs}{2\pi}$), R 为射线源到物体中心的距离,即旋转半径,h 为螺距,D 为射线源到探测器的距离,s 为旋转角度,P 为物体上的任意一点 ,在 s 角度下,P 点在探测器上的投影的位置为 Q,其在 $uo'v$ 坐标系下的坐标为(u,

收稿日期:2010-12-01; 修回日期:2011-01-24

基金项目:国家自然基金(60772102);山西省自然基金(2010011002-1);山西省高校科技项目(20091020)

作者简介:王勃(1985-),山西临汾人,读硕士研究生,主要从事信号处理、图像处理和图像重建方面的研究工作。
E-mail:wangboyjj@163.com

v),因此投影书可表示为 $g(s,u,v)$。

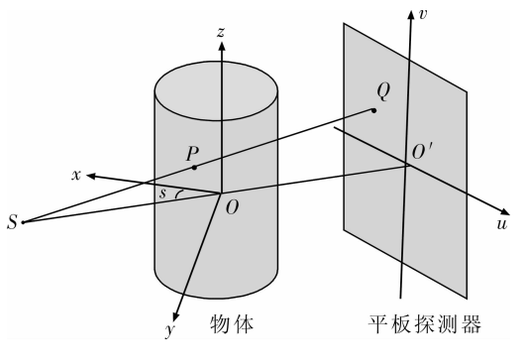


图 1　螺旋锥束 CT 几何位置关系

Fig. 1　Geometric relations of spiral cone-beam CT

1.1　螺旋 FDK 算法

螺旋 FDK 算法[5]是从圆轨迹 FDK 算法推广而来的,其重建公式如下:

$$f(x,y,z)=\frac{1}{2}\int_{s(z)}\frac{R^2}{U^2}\tilde{g}(s,u,v)ds \tag{1}$$

其中 $s(z)\in(\frac{2\pi z}{h}-\pi,\frac{2\pi z}{h}+\pi)$

$$U=R+x\sin s-y\cos s \tag{2}$$

$$u=\frac{D\cdot(x\cos s+y\sin s)}{R+x\sin s-y\cos s}=\frac{D\cdot(x\cos s+y\sin s)}{U} \tag{3}$$

$$v=\frac{D\cdot(z-\frac{hs}{2\pi})}{R+x\sin s-y\cos s}=\frac{D\cdot(z-\frac{hs}{2\pi})}{U} \tag{4}$$

$$\tilde{g}(s,u,v)=\left[\frac{D}{\sqrt{D^2+u^2+v^2}}\cdot g(s,u,v)\right]*h(u) \tag{5}$$

式中:$h(u)$为斜坡滤波函数;$*$ 表示卷积符号。

螺旋 FDK 算法实现时首先对二维投影数据乘以 $D/\sqrt{D^2+u^2+v^2}$ 进行加权,再与滤波函数 $h(u)$进行卷积,最后进行反投影重建,用式(3)、(4)分别计算反投影地址,在 $s(z)$的扫描视角内根据式(1)进行累加重加。

1.2　螺旋 Katsevich 重建算法

Katsevich 首次提出了具有移不变滤波反投影构造的三维锥束精确重建算法[1-2],它是锥束重建理论的一项突破性进展,根据螺旋轨迹 Katsevich 重建算法的基本原理,可将其分为对投影数据关于旋转角度求导、加权滤波及反投影重建 3 个主要步骤:

步骤 1:根据式(4)对投影数据 $g(s,u,v)$分别关于旋转角度 s、探测器横坐标 u 和探测器纵坐标 v 计算偏导数,并进行相应的加权求和,得到(6)式:

$$D_g(s,u,v)=(\frac{\partial}{\partial s}+\frac{D^2+u^2}{D}\frac{\partial}{\partial u}+\frac{uv}{D}\frac{\partial}{\partial \mathrm{v}})\cdot g(s,u,v) \tag{6}$$

步骤 2:先对求导后的数据预加权,然后沿着直线 $L(s_1)$进行滤波,最后再对滤波后的数据后加权,其表达如(7)式所示:

$$\begin{aligned}\Psi(s,u,v)&=\int_{-\infty}^{+\infty}D_g(s,\tilde{u},\tilde{v})\frac{\sqrt{D^2+u^2+v^2}}{\sqrt{D^2+\tilde{u}^2+\tilde{v}^2}}\cdot\frac{1}{\tilde{u}-u}d\tilde{u}=\\&\frac{\sqrt{D^2+u^2+v^2}}{D}\int_{-\infty}^{+\infty}D_g(s,\tilde{u},\tilde{v})\frac{D}{\sqrt{D^2+\tilde{u}^2+\tilde{v}^2}}\cdot\frac{1}{\tilde{u}-u}d\tilde{u}=\\&\frac{\sqrt{D^2+u^2+v^2}}{D}\left\{\left[D_g(s,u,v)\frac{D}{\sqrt{D^2+u^2+v^2}}*\frac{1}{u}\right\}\right]\end{aligned} \tag{7}$$

式中$(\tilde{u},\tilde{v})$表示由(u,v)确定的直线 $L(s_1)$上的点的坐标。

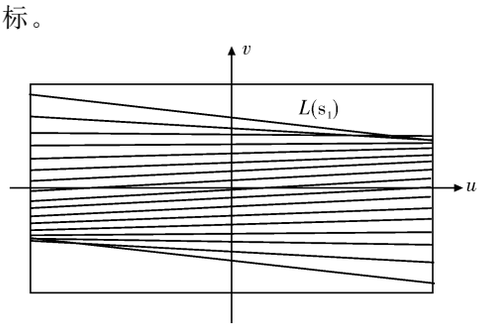


图 2　直线 $L(s_1)$的示意图

Fig. 2　Diagram of line $L(s_1)$

步骤 3:依据式(9)计算重建点位置 x 与探测器坐标点(u,v)的关系,取得相应投影数据并按照式(8)对旋转角度参数 s 进行积分,得到最终重建点的值 $f(x)$:

$$f(x)=-\frac{1}{2\pi^2}\int_{s_b(x)}^{s_t(x)}\frac{1}{|x-y(s)|}\psi(s,u,v)\mathrm{d}s \tag{8}$$

$$u=\frac{D(x-y(s))\cdot d_1}{(x-y(s))\cdot d_3},v=\frac{D(x-y(s))\cdot d_2}{(x-y(s))\cdot d_3} \tag{9}$$

式中:$s_b(x)$,$s_t(x)$表示由 x 点确定的 PI 线的 2 个端

点;$|x-y(s)|$为射线源到物体的距离;$d_1=(-\sin(s),\cos(s),0)$;$d_2=(0,0,1)$;$d_3=(-\cos(s),-\sin(s),0)$代表一个获得锥束投影的局部坐标系。

2 实验结果

2.1 仿真实验

计算机模拟是在 PC 机上,配置为 2G 内存及 AMD5200+、2.7GHz 的 CPU,采用了 3D Shepp-Logan 模型,实验参数如表 1 所示,利用以上两种方法进行重建。图 3 为 Shepp-Logan 模型分别沿着 x 轴、y 轴、z 轴的中心层切片,图 4 为 Katsevich 重建算法的重建结果,图 5 为螺旋 FDK 重建算法的重建结果。

表 1 实验参数

Table 1 Experimental parameters

参 数	数 值
扫描半径(R)	75 cm
射线源到探测器的距离(D)	150 cm
螺距 (h)	25 cm
物体半径 (r)	25 cm
每转一圈的投影数目	360
扫描范围 ($K=1536$)	$[-3\times\pi,3\times\pi]$
探测器大小	256×256 像素
探元大小 (Δu)	0.391 cm
每个投影角度下滤波线的条数	129
重建大小	256×256×256 体素
数据类型	浮点

图 3 将要重建的物体切片模型

Fig. 3 Slices of model to be reconstructed

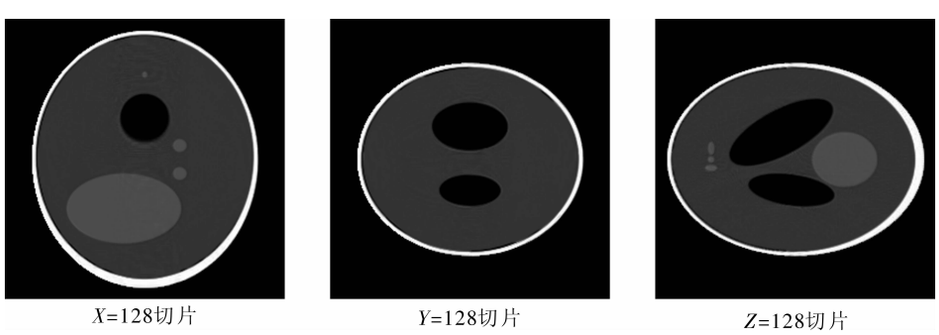


图 4 用 Katsevich 重建算法重建的切片

Fig. 4 Slices of reconstruction with Katsevich algorithm

图 5 用螺旋 FDK 重建算法重建的切片

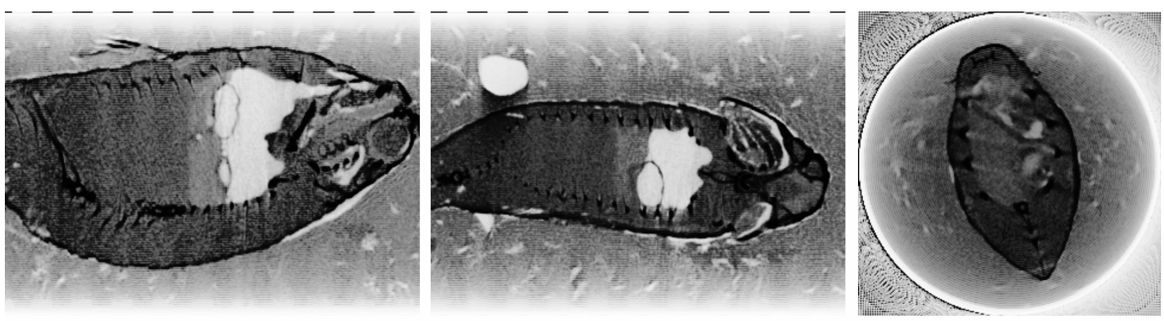
Fig. 5 Slices of reconstruction with FDK algorithm

从图 4 和图 5 可以看出,对于 3D Shepp-Logan 仿真模型,用螺旋 Katsevich 和螺旋 FDK 重建算法均能取得较好的结果。

2.2　实际物体(鱼)的实验

采用实际采集的鱼的数据进行重建。扫描模式:螺旋扫描。实验采用 X 射线源,采用的探测器为 PAXSCAN 2520,探元大小为 0.508 mm,探测器大小为 256×36 像素。射线源到物体中心的距离:650 mm,物体到探测器的距离:350 mm,螺距 11.22 mm,所用投影数据为 3960 个角度,角度间隔 1°,即 11 个螺距。分别用螺旋 Katsevich 和 FDK 算法对其重建,重建图像大小为 256×256×350 体素。图 6 为用 Katsevich 算法重建的结果,图 7 为用 FDK 算法重建的结果,从左到右依次为 X=128 层,Y=128 层,Z=175 层切片。

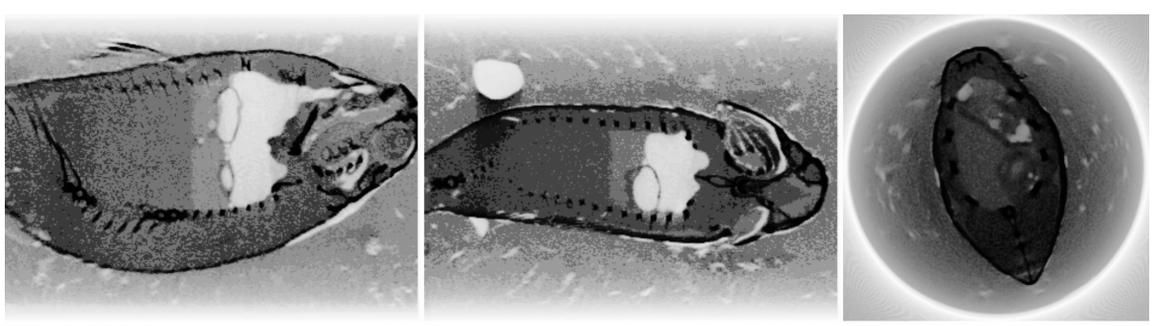
从图 6 和图 7 可以看出,图 7 比图 6 的结果更加清晰,这是由于对实际物体进行重建的时候,投影数据含有噪声,而 Katsevich 算法需要对投影数据求导,它对投影的噪声较敏感,重建质量有所下降。



X=128切片　　*Y*=128切片　　*Z*=175切片

图 6　用 Katsevich 重建算法重建的结果

Fig. 6　Results of reconstruction with Katsevich algorithm



X=128切片　　*Y*=128切片　　*Z*=175切片

图 7　用螺旋 FDK 算法重建的结果

Fig. 7　Results of reconstruction with FDK algorithm

3　结论

本文比较了螺旋锥束 CT 重建中 FDK 算法和 Katsevich 算法的重建效果。从以上结果可知,当投影数据没有噪声的时候,FDK 算法和 Katsevich 算法均能取得较好的效果,当投影数据含有噪声时,Katsevich 算法需要对投影数据求导,而它对投影数据的噪声较敏感,重建质量稍微有所下降。在实际的工业 CT 中获得的投影数据通常混有各种噪声,利用螺旋锥束 Katsevich 算法进行重建时应尽可能减少噪声对投影数据的影响。

参考文献:

[1] KATSEVICH A. Theoretically exact filtered back-projection-type inversion algorithm for spiral CT[J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 2002, 62: 2012-2026.

[2] KATSEVICH A. Improved exact FBP algorithm for spiral CT[J]. Advance in Applied Mathematics, 2004, 32: 681-697.

[3] YU H Y, WANG G. Studies on implementation of the Katsevich algorithm for spiral cone-beam CT[J]. Journal of X-ray Science and Technology, 2004, 12:

97-116.

[4] YU H Y, WANG G. Studies on artifacts of the Katsevich algorithm for spiral cone-beam CT[J]. SPIE, 2004, 5535: 540-549.

[5] WANG G, LIN T H, CHENG P C, et al. A general cone-beam reconstruction algorithm[J]. IEEE transactions on medical imaging, 1993, 12(3):486-495.

[6] 孙怡, 侯颖, 陈欣. 锥束 XCT 重建算法的实现[J]. 试验技术与试验机, 2006, 3: 5-8.
SUN Yi, HOU Ying, CHEN Xin. The implementation of XCT reconstruction algorithms[J]. Test Technology and Testing Machine, 2006, 3: 5-8. (in Chinese with an English abstract)

[7] 李冠华, 王瑜, 欧宗瑛, 等. GPU 加速的圆弧轨迹 Katsevich 锥束 CT 重建算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2008, 20(7): 919-924.
LI Guan-hua, WANG Yu, OU Zong-ying, et al. GPU accelerated Katsevich cone-beam CT reconstruction algorithm for singer circular arc trajectory[J]. Journal of Computer-aided Design& Computer Graphics, 2008, 20(7): 919-924. (in Chinese with an English abstract)

[8] 张全红, 路宏年, 杨民. 锥束工业 CT 中 Feldkamp 重建算法的快速实现[J]. 计算机工程与设计, 2006, 27(6): 931-933.
ZHANG Quan-hong, LU Hong-nian, YANG Min. Fast implementation of fieldkamp reconstruction algorithm in cone-beam industrial CT[J]. Computer Engineering and Design, 2006, 27(6): 931-933. (in Chinese with an English abstract)