文章编号:1002-2082(2010)03-0503-05

偏振光大气传输的前向散射新模型

马丽珍，史 鹏，张闻钊，顾永建
（中国海洋大学 物理系，山东 青岛 266100）

摘 要：建立了偏振光空间传输前向散射的物理模型。对各向同性散射介质，在非相干性假设条件下，导出了偏振光双散射和多散射前向散射的有效Mueller矩阵，给出了偏振光Mie散射前向有效Mueller矩阵各矩阵元之间的对称性关系，即Mueller矩阵的16个矩阵元中只有7个是独立的，其他9个矩阵元通过组合及一定角度的旋转即可得到。利用Monte Carol方法模拟了偏振光在空间传输10 km的前向散射的有效Mueller矩阵，模拟结果表明各矩阵元存在一定的对称性关系，与基于本模型导出的偏振光前向散射的有效Mueller矩阵元具有较好的一致性。

关键词：前向散射；Mueller矩阵；Monte carol方法；Stokes矢量
中图分类号：TN926；O436 **文献标志码**：A

New forward scattering model for polarized light propagating in atmosphere

MA Li-zhen, SHI Peng, ZHANG Wen-zhao, GU Yong-jian
(Department of Physics, Ocean University of China,
Qingdao 266100, China)

Abstract: A new physical model for forward scattering of a polarized light beam in atmosphere transmission was established. Based on incoherent light assumption, double and multiple forward scattering theories were derived. To the symmetrical system, the effective Mueller matrix of the forward scattering of polarized light was obtained. It is shown that only seven matrix elements are independent, nine matrix elements are obtained by rotating independent elements. To validate the scattering model, the effective Mueller matrix of the forward scattering of polarized light in 10 km atmosphere transmission were simulated with Monte Carlo method, it is proved that theatrical and numerical results are in good agreement.

Key words: scattering; Mueller matrix; Monte Carlo method; Stokes vector

引言

近年来，介质的光散射偏振现象已经引起了很多领域研究者的兴趣，例如大气科学、海洋科学、生物医学等[1-4]。原因在于介质对入射偏振光有着特定的偏振变换作用，散射波的偏振态通常与入射波的偏振并不一致，分析散射光的偏振特性可有效地检测散射介质的内部特征。对偏振光散射特性的研究，主要有3种方法，分别是理论[5-6]、实验[7]、Monte Carlo模拟[8-10]，无论采用那种方法，最终都是为了获得介质的Mueller矩阵，一方面Mueller矩阵的16个矩阵元素能够完整地反映介质的属性特征；另一方面，由介质的Mueller矩阵就可知介质对入射偏振光的偏振变换作用。但目前对偏振光散射特性的研究主要集中在高散射介质的后向散射，而对偏振光前向散射的理论和实验研究开展得很少。随着量子信息科学的兴起，自由空间的量子

收稿日期：2009-10-26； **修回日期**：2009-12-08
基金项目：国家自然科学基金(60677044)资助课题
作者简介：马丽珍(1973—)，女，甘肃定西人，博士研究生，讲师，主要从事空间光学方面的研究工作。
E-mail：zjlmlz@ouc.edu.cn

通信已形成研究热点[11-13],基于卫星的量子密钥分配过程,携带信息的单光子或纠缠光子不可避免地要与大气发生作用。本文针对这种情况,提出了偏振光前向散射的物理模型,导出了Mie散射前向散射的有效Mueller矩阵,为基于卫星的空间量子通信实验研究提供理论支持。

1　前向直向散射的物理模型

1.1　模型构造

我们构造了可称为前向直向散射的物理模型,如图1所示。一束偏振细光束从O点垂直入射面(XOY)入射,在介质内部经过多次散射之后,沿垂直于接收面($X'O'Y'$)的方向射出,我们把这样的光传输过程称为前向直向散射。严格地说,在多次散射中,光的出射方向不一定和接收面垂直。但是,考虑到基于卫星的量子密钥分配实验,接收器是由偏振旋转器和透镜等光学仪器组成,故而通过系列光栏后,能被探测器接收到的光中垂直入射占优势。所以这种前向直向散射模型与实验测量比较符合(见图2)。另一方面,该模型在几何上对称性好,便于理论处理。

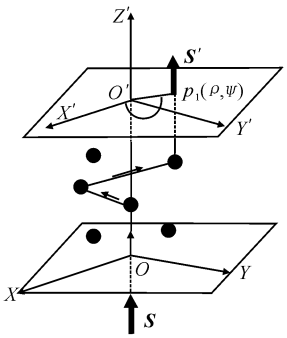

图1　散射示意图

Fig. 1　Schematic of scattering

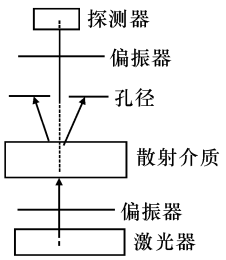

图2　前向散射Mueller矩阵测量实验装置示意图

Fig. 2　Schematic of experimental setup used for Mueller matrix of forward scattering

1.2　非相干性假设的前向双散射近似

双散射是多次散射的基础,当散射介质浓度较低时,散射粒子之间的距离远大于散射波波长,这时散射光的叠加可近似为非相干性叠加。

以XOZ作为参考平面,入射偏振光相对于参考平面的Stokes矢量为S,光束沿着Z轴的正方向入射,经过2次散射之后,在接收面($X'O'Y'$)上的p_2(ρ,Ψ)处射出(见图3),出射光的Stokes矢量为$\boldsymbol{S}'$。根据Beer-Lamber定理可知,到达第一个散射元的矢量光强为

$$\boldsymbol{S}_1=S\exp(-\mu_t r_1) \tag{1}$$

式中:μ_t为介质的消光系数。在r_1处发生第一次散射,被散射元$\mathrm{d}V_1=\mathrm{d}A_1\mathrm{d}r_1$($\mathrm{d}A_1$为散射体元的截面积)散射到($\theta_1,\Psi$)方向的矢量光强为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S}_1=\mu_s\mathrm{d}A_1\mathrm{d}r_1\,\boldsymbol{m}(\theta_1)\boldsymbol{L}(-\Psi)\boldsymbol{S}_1\mathrm{d}\omega_1 \tag{2}$$

式中:$\mathrm{d}\omega_1$为散射方向上的立体角;$\boldsymbol{m}(\theta_1)$为单个粒子散射的Mueller矩阵;μ_s为介质的散射系数;$\boldsymbol{L}(-\Psi)$为旋转矩阵,用于转换偏振光在2个相差Ψ角度的不同参考面内的Stokes矢量,表示为

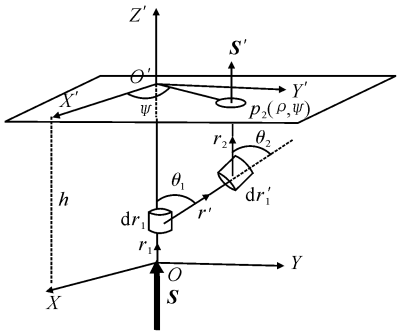

图3　双散射示意图

Fig. 3　Schematic of double scattering

$$\boldsymbol{L}(\Psi)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos2\Psi & \sin2\Psi & 0\\ 0 & -\sin2\Psi & \cos2\Psi & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

(2)式中$\mathrm{d}\boldsymbol{S}_1$传输到第2个散射元$\mathrm{d}V'=\mathrm{d}A'\mathrm{d}r'$时变为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S}_2=\mathrm{d}\boldsymbol{S}_1\exp(-\mu_t r') \tag{3}$$

发生第2次散射,被散射元散射到(θ_2,Ψ)方向上$\mathrm{d}\omega_2$立体角的矢量光强为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\mu_s\mathrm{d}A'\mathrm{d}r'm(\theta_2)\mathrm{d}\boldsymbol{S}_2\mathrm{d}\omega_2 \tag{4}$$

最后到达接收面($X'O'Y'$)的面积元的矢量光强为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S}_4=\mu_s\mathrm{d}A'\mathrm{d}r'\exp(-\mu_t r_2)m(\theta_2)\mathrm{d}\boldsymbol{S}_2\mathrm{d}\omega_2 \tag{5}$$

经过一定的数学推导可知,在接收面上的p_2(ρ,Ψ)点处单位面积单位立体角的矢量光强为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S}_5=\mu_s^2\exp[-\mu_t(r_1+r'+r_2)]\boldsymbol{m}(\theta_2)\boldsymbol{m}(\theta_1)\times \boldsymbol{L}(-\Psi)\boldsymbol{S}\frac{\mathrm{d}A_1\mathrm{d}r_1\mathrm{d}A'r_2}{r'^2} \tag{6a}$$

此时的$\mathrm{d}\boldsymbol{S}_5$是相对于散射面的Stokes矢量,通过旋转可得到$\mathrm{d}\boldsymbol{S}_5$相对于参考面$XOZ$的Stokes矢量:

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S}'=\mu_s^2\exp[-\mu_t(r_1+r'+r_2)]\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\Psi})\cdot \boldsymbol{m}(\theta_2)\boldsymbol{m}(\theta_1)L(-\boldsymbol{\Psi})\boldsymbol{S}\frac{\mathrm{d}A_1\mathrm{d}r_1\mathrm{d}A'\mathrm{d}r_2}{r'^2} \tag{6b}$$

(6b)式中可令$\mathrm{d}A_1=\mathrm{d}A'=1$,则有:

$$dS'=\mu_s^2\exp[-\mu_t(r_1+r'+r_2)]\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\Psi})\boldsymbol{m}(\theta_2)\cdot \boldsymbol{m}(\theta_1)L(-\boldsymbol{\Psi})S\frac{\mathrm{d}r_1\mathrm{d}r_2}{r'^2} \tag{6c}$$

接收面上$p_2(\rho,\boldsymbol{\Psi})$处总的前向散射光的Stokes矢量为所有双散射路径的效果之和,亦即:

$$\boldsymbol{S}'=\mu_s^2\int_0^h\int_0^h\frac{\mathrm{d}r_1\mathrm{d}r_2}{r'^2}\exp[-\mu_t(r_1+r'+r_2)]L(\boldsymbol{\Psi})\boldsymbol{m}(\theta_2)\boldsymbol{m}(\theta_1)\boldsymbol{L}(-\boldsymbol{\Psi})\boldsymbol{S} \tag{7}$$

式中:h为入射面与接收面的距离。(7)式可写成:

$$\boldsymbol{S}'=\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\Psi})\widetilde{M}\boldsymbol{L}(-\boldsymbol{\Psi})\boldsymbol{S}=M_{\mathrm{double}}\boldsymbol{S} \tag{8a}$$

(8a)式为双散射过程的Stokes-Mueller方程,其中

$$\widetilde{M}'=\mu_s^2\int_0^h\int_0^h\frac{\mathrm{d}r_1\mathrm{d}r_2}{r'^2}\exp[-\mu_t(r_1+r'+r_2)]m(\theta_2)m(\theta_1) \tag{8b}$$

我们定义$\boldsymbol{L}_{\mathrm{double}}=\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\Psi})\widetilde{M}\boldsymbol{L}(-\boldsymbol{\Psi})$为双散射有效Mueller矩阵。

1.3　非相干性假设的前向多次散射近似

对于多次散射(图1),当以XOZ作为参考平面时,入射偏振光相对于参考平面的Stokes矢量为$\boldsymbol{S}$,经过多次散射之后,在接收面($X'O'Y'$)上的(ρ,$\boldsymbol{\Psi}$)处射出的光的Stokes矢量为$\boldsymbol{S}'$,散射过程同样满足Stokes-Mueller方程:

$$\boldsymbol{S}'(\rho,\boldsymbol{\Psi})=\boldsymbol{M}_{\mathrm{multiple}}(\rho,\boldsymbol{\Psi},\mu_s,\mu_t)\boldsymbol{S} \tag{9}$$

式中:$\boldsymbol{M}_{\mathrm{multiple}}$是多次散射的有效Mueller矩阵。当选$Z$轴与出射方向所确定的平面作为参考平面变时,入射偏振光相对于参考平面的Stokes矢量为$\boldsymbol{S}^*$,从点(ρ,$\boldsymbol{\Psi}$)处射出的光的Stokes矢量为$\boldsymbol{S}'^*$,于是有:

$$S'^*(\rho,\boldsymbol{\Psi})=M^*(\rho,\boldsymbol{\Psi},\mu_s,\mu_t)\boldsymbol{S}^* \tag{10}$$

对于各向同性介质,前向散射关于Z轴对称,对称性表现为M^*与$\boldsymbol{\Psi}$无关,即

$$M^*(\rho,\boldsymbol{\Psi},\mu_s,\mu_t)=\boldsymbol{M}^A(\rho,\mu_s,\mu_t) \tag{11}$$

因此前向散射的有效Mueller矩阵$\boldsymbol{M}_{\mathrm{multiple}}$与$\boldsymbol{M}^A$的关系可表示为

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{multiple}}(\rho,\boldsymbol{\Psi},\mu_s,\mu_t)=\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\Psi})\boldsymbol{M}^A(\rho,\mu_s,\mu_t)\times \boldsymbol{L}(-\boldsymbol{\Psi}) \tag{12}$$

由非相干性假设可知,$\boldsymbol{M}^A$等于所有到达(ρ,$\boldsymbol{\Psi}$)点的散射光包的Mueller矩阵之和,即有:

$$\boldsymbol{M}^A(\rho,\mu_s,\mu_t)=\sum_{j=1}^{m}M_j(\rho,\mu_s,\mu_t) \tag{13}$$

式中j代表第j个光包。根据(7)式,对每个到达接收点的光包,其Mueller矩阵表示为

$$M_j(\rho,\mu_s,\mu_t)=\mu_s^n\int_0^h\mathrm{d}r_1\int\mathrm{d}r_2\int\mathrm{d}r_3\cdots\int_0^h\mathrm{d}r_n\exp(-\mu_t r_1)\left\{\prod_{i=1}^{n-1}\frac{\exp[-\mu_t|r_{i+1}-r_i|)}{|r_{i+1}-r_i|^2}\right\} \exp(-\mu_t r_n)L(\varphi_n)\boldsymbol{m}(\theta_n)\cdots\boldsymbol{m}(\theta_2)L(\varphi_2)\boldsymbol{m}(\theta_1)L(\varphi_1) \tag{14}$$

式中:n表示第j个光包到达接收面时所经历的散射次数;$\boldsymbol{m}(\theta_i)$表示第i次散射粒子Mueller矩阵;$\boldsymbol{L}(\varphi_i)$为旋转矩阵。

2　多次散射的有效矩阵的矩阵元

考虑到单个各相同性的球形粒子散射的Mueller矩阵可用Mie理论[14-15]求出,其形式为

$$\boldsymbol{m}(\theta)=\begin{pmatrix}a(\theta) & b(\theta) & 0 & 0\\ b(\theta) & a(\theta) & 0 & 0\\ 0 & 0 & d(\theta) & -e(\theta)\\ 0 & 0 & e(\theta) & d(\theta)\end{pmatrix}$$

定义一个对角矩阵$\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

则可知$\boldsymbol{m}(\theta)$和$\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\Psi})$满足:

$$\boldsymbol{m}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{PmP},\ \boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{PL}(\boldsymbol{\Psi})\boldsymbol{P} \tag{15}$$

(15)式中的上标T表示矩阵转置。由(13)～(15)式可得:

$$\boldsymbol{M}^{A\mathrm{T}}(\rho,\mu_s,\mu_t)=\boldsymbol{PM}^A\boldsymbol{P} \tag{16}$$

由(16)式得矩阵$\boldsymbol{M}^A(\rho,\mu_s,\mu_t)$的形式为

$$\boldsymbol{M}^A(\rho,\mu_s,\mu_t)=\begin{bmatrix}M'_{11} & M'_{12} & 0 & 0\\ M'_{12} & M'_{22} & 0 & 0\\ 0 & 0 & M'_{33} & M'_{34}\\ 0 & 0 & -M'_{34} & M'_{44}\end{bmatrix} \tag{17}$$

由(12)式和(17)式可得多次前向散射的有效Mueller矩阵M_{multiple}中各矩阵元分别为

$$M_{11}(\rho,\boldsymbol{\Psi})=M'_{11}(\rho)$$

$$M_{12}(\rho,\boldsymbol{\Psi})=M'_{12}(\rho)\cos 2\boldsymbol{\Psi}$$

$$M_{13}(\rho,\Psi)=-M'_{12}(\rho)\sin 2\Psi$$
$$M_{14}(\rho,\Psi)=0$$
$$M_{21}(\rho,\Psi)=-M_{12}(\rho,\Psi)$$
$$M_{22}(\rho,\Psi)=-M'_{22}\cos^2 2\Psi+M'_{33}\sin^2 2\Psi$$
$$M_{23}(\rho,\Psi)=\frac{-M'_{33}-M'_{22}}{2}\sin 4\Psi$$
$$M_{24}(\rho,\Psi)=M'_{34}(\rho)\sin 2\Psi$$
$$M_{31}(\rho,\Psi)=M_{13}(\rho,\Psi)$$
$$M_{32}(\rho,\Psi)=M_{23}(\rho,\Psi)$$
$$M_{33}(\rho,\Psi)=M'_{22}\sin^2 2\Psi+M'_{33}\cos^2 2\Psi$$
$$M_{34}(\rho,\Psi)=M'_{34}(\rho)\cos 2\Psi$$
$$M_{41}(\rho,\Psi)=M_{14}(\rho,\Psi)=0$$
$$M_{42}(\rho,\Psi)=-M_{24}(\rho,\Psi)$$
$$M_{43}(\rho,\Psi)=-M_{34}(\rho,\Psi)$$
$$M_{44}(\rho,\Psi)=M'_{44}(\rho) \tag{18}$$

由(18)式可知,散射体为Mie散射的介质,前向散射有效Mueller矩阵的16个矩阵元只有

$M_{11}(\rho,\Psi)$,$M_{12}(\rho,\Psi)$,$M_{14}(\rho,\Psi)$,$M_{22}(\rho,\Psi)$,$M_{23}(\rho,\Psi)$,$M_{24}(\rho,\Psi)$,$M_{44}(\rho,\Psi)$

这7个是独立的,其他9个矩阵元通过独立矩阵元的组合及一定角度的旋转即可得到。

3　值模拟结果及分析

鉴于大气远距离偏振光前向散射Monte Carlo模拟的Mueller矩阵元二维分布图没有文献报道,故我们对高散射介质(生物组织)的偏振光散射作了模拟,计算了接收面上各Mueller矩阵元的二维分布图,得到了与文献[7-8]一致的结果。这说明我们的算法完全可用来进行偏振光大气散射的模拟研究。

采用矢量Monte Carlo方法模拟得到了偏振光在大气中传输10 km的前向有效Mueller矩阵元二维分布图(见图4),参数选择:入射光波长$\lambda=772$ nm、散射粒子半径$r=0.5$ μm、粒子复折射率$m=1.52-0.008i$、能见度20 km、消光系数$\mu_t=0.196$ km^{-1}、发射光子数$n=10^7$个。

由图4可见,16个矩阵元中$M_{11}(\rho,\Psi)$和$M_{44}(\rho,\Psi)$分布仅与径向有关,与方位角Ψ无关;$M_{12}(\rho,\Psi)$和$M_{21}(\rho,\Psi)$,$M_{13}(\rho,\Psi)$和$M_{31}(\rho,\Psi)$分布完全相同,当方位角Ψ在[0,2π]发生变化时,其值发生周期为π的变化;$M_{23}(\rho,\Psi)$和$M_{32}(\rho,\Psi)$在二维平面内的分布也相同,但当方位角Ψ在[0,2π]发生变化时,其值发生周期为π/2的变化;$M_{24}(\rho,\Psi)$和$M_{42}(\rho,\Psi)$,$M_{34}(\rho,\Psi)$和$M_{43}(\rho,\Psi)$的值相反,当方位角Ψ在[0,2π]发生变化时,其值发生周期为π的变化,这些模拟结果都与(18)式的结果一致。从图4可明显看到$M_{14}(\rho,\Psi)$、$M_{41}(\rho,\Psi)$在二维平面内的值很小,且没有规律,而(18)式中这2个矩阵元为零,这是因为我们的散射模型仅考虑了垂直于接收面的光,图4中值的出现是由于那些非垂直于接收面的光造成的,但是数目很少,说明偏振光在大气远距离传输过程中,截面一定的接收器接收到的大部分是前向直向的光。由(18)式可知,矩阵元$M_{22}(\rho,\Psi)$、$M_{33}(\rho,\Psi)$的值随方位角的变化不明显,这与图4中$M_{22}(\rho,\Psi)$,$M_{33}(\rho,\Psi)$分布径向对称也较为一致。

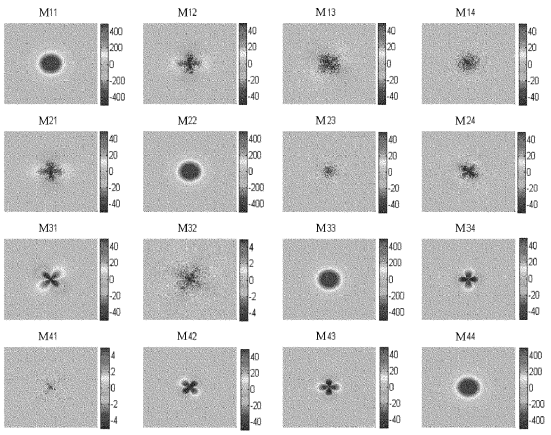

图4　模拟的前向散射Mueller矩阵图

Fig. 4　Simulated forward scattering Mueller matrix

4　结论

提出了一种偏振光前向散射的物理模型,对各向同性的散射介质,在非相干性假设条件下,导出了偏振光双散射和多散射的前向散射的有效Mueller矩阵。采用Mie散射理论计算得到偏振光前向散射的有效Mueller矩阵的各矩阵元之间的对称性关系,即Mueller矩阵的16个矩阵元中只有7个是独立的,其他矩阵元通过独立矩阵元的组合与一定角度的旋转即可得到。数值模拟结果与物理模型结果的一致性表明:偏振光在空间经历远距离传输后,到达具有一定截面接收器的光大部分是垂直入射的光。该模型为基于卫星的空间量子通信实验研究和模拟研究提供了理论依据。

参考文献:

[1]　ALLEN R J, PLATT M R. Lidar for multiple backscattering and depolarization observations[J]. Appl.

Opt.,1977,16:3193-3199.

[2] 程天海,顾行发,陈良富,等.卷云多角度偏振特性研究[J].物理学报,2008,57(8):5323-5332.
CHENG Tian-huai,GU Xing-fa,CHEN Liang-fu,et al. Multi-angular polarized characteristics of cirrus clouds[J]. Acta Physica Sinica ,2008,57(8):5323-5332.(in Chinese with an English abstract)

[3] 周冠华,刘志刚,柳钦火,等.水色遥感中偏振信息的研究进展[J].遥感学报,2008,12(2):322-330.
ZHOU Gua-hua,LIU Zhi-gang, LIU Qin-huo,et al. Polarization information of ocean color remote sensing[J]. Journal of Remote Sensing, 2008, 12(2):322-330. (in Chinese with an English abstract)

[4] J KARLSSON H A, SWARTLING J. Light scattering by multiple red blood cells[J] J. Opt. Soc. Am. A, 2004,21:1953-1961.

[5] MUELLER D W Jr, CROSBIE A L. Analytical expressions for the radiation emergent from a scattering medium exposed to a polarized laser beam[J]. Journal of Quantitative Spectros-copy & Radiative Transfer,2000,67(6):395-428.

[6] MUELLER D W Jr, CROSBIE A L. Three-dimensional vector radiative transfer in a semi-infinite, Rayleigh scattering medium exposed to a polarized laser beam: spatially varying reflection matrix[J]. Journal of Quantitative Spectro-scopy & Radiative Transfer, 2002,75(1):423-453.

[7] CAMERON B D, RAKOVIC M J, MEHRUBEOGLU M,et al. Measurement and calculation of the two-dimensional backscattering Mueller matrix of a turbid medium[J]. Opt. Lett. ,1998,23:485-487.

[8] BAITEL S, HIELSCHER A H. Monte Carlo simulations of the diffuse backscattering Mueller matrix for highly scattering media[J]. Applied Optics, 2000,39(10):1580-1588.

[9] RAMELLA-ROMAN J C, PRAHL S A, JACQUES S L. Three Monte Carlo programs of polarized light transport into scattering media: part I[J]. Opt. Express, 2005,13:4420-4438.

[10] RAMELLA-ROMAN J C, PRAHL S A, JACQUES S L. Three Monte Carlo programs of polarized light transport into scattering media: part II[J]. Opt. Express,2005,13:10392-10400.

[11] HUGHES R J, NORDHOLT J E, DERKACS D, et al. Practical free-space quantum key distribution over 10 km in daylight and at night[J]. New Journal of Physics,2002,43(4):1-14.

[12] KURTSIEFER C, ZARDA P, HALDER M, et al. Quantum cryptography: A step towards global key distribution[J]. Nature, 2002,419(6906):450.

[13] CHENG Z P, YANG T, XIAO H B, et al. Experimental free-space distribution of entangled photon pairs over 13 km: towards satellite-based global quantum communication[J]. Phys. Rev. Lett. ,2005,94(150501):1-4.

[14] De HAAN J F, BOSMA P B, HOVENIER J W. The adding method for multiple scattering computations of polarized light [J]. Astron Astrophys. 1987,183:371-391.

[15] MIN Qi-long, DUAN Min-zheng. A successive order of scattering model for solving vector radiative trsnsfer in the atmosphere[J]. J Quant. Spectrosc Rad Tran. ,2004,87;243-259.