文章编号：1002-2082(2009)06-0939-05

旋转双光楔折射特性与二维扫描轨迹的分析

韦中超，熊言威，莫　玮，戴峭峰，梁瑞生
（华南师范大学 信息光电子科技学院光子信息技术广东省高校重点实验室，广东 广州 510006）

摘　要：为实现旋转双光楔二维扫描的可控操作，利用几何光学和光的标量衍射理论，对双光楔的折光特性进行了数学分析。研究发现：绕固定轴以不同角速度旋转的双光楔可等效为一个折射棱角和主截面都变化的单光楔。以该双光楔系统作为衍射屏，对通过双光楔的光束在观察面的衍射光场分布作了理论分析，得到了夫琅和费衍射下，光束经转动双光楔在像平面上的衍射光斑随转角变化的规律：光斑的横坐标与两光楔转角正弦值的差成正比，纵坐标与两光楔转角余弦值的和成正比。

关键词：旋转双光楔；折射特性；扫描轨迹
中图分类号：TN201　　**文献标志码**：A

Analysis for refractive property of rotary dual-wedge prism system and 2-D scanning trace

WEI Zhong-chao, XIONG Yan-wei, MO Wei, DAI Qiao-feng, LIANG Rui-sheng
(Laboratory of Photonic Information Technology, School of Information and Optoelectronic Science, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: A mathematic model for dual-wedge prism system is proposed to analyze the refractive property of light. By use of the theories of geometric optics and scalar diffraction, it is found that the dual-wedge prism can be simplified as a single-wedge prism whose angle between two refractive planes and main optical plane are changed with the rotary angle between two wedges. When these two wedges rotate in the different angle speed and opposite direction, the refractive light from this system is in two dimensions. Besides, taking the dual-wedge system as a diffractive screen, a theoretical analysis is made on the diffraction light field distribution of the beam which passes through the rotary dual-wedge system. Under the condition of Fraunhofer diffraction, the variation law of diffraction light spots with the rotary angle was obtained. This research may give a developing direction for the 2-D controllable scan.

Key words: rotary dual-wedge prism; refractive property; scanning trace

引言

折射棱镜的工作面称为折射平面，2个折射平面的交线称折射棱，相邻折射平面的夹角称为折射棱角，折射棱角很小时的折射棱镜称为光楔[1]。因其在激光波长调谐、像差控制、全息术、激光光斑调整等方面有重要用途而被广泛研究[2-6]。双光楔是指折射率相同、折射棱角相等的2块相互靠近的光楔组成的系统，双光楔除了可以实现单光楔的功能外，两光楔的相对转动还可以产生一系列新的特性和用途。1960年ROSELL开展了用双光楔对激光

收稿日期：2009-06-24；　**修回日期**：2009-09-10
基金项目：国家973计划项目资助课题(2007CB307000)
作者简介：韦中超(1971－)，男，河南安阳人，博士，讲师，主要从事激光光谱学与非线性光学的研究与教学工作。E-mail：wzc@scnu.edu.cn。通信作者：梁瑞生 E-mail：liangrs@scnu.edu.cn

光束进行扫描的研究[7],从那时起双光楔以其对折射光控制的精确性高和自由度大的特点被人们所认识,新的应用不断涌现,陆续用在追踪与制导系统[8]、激光雷达系统[9]、卫星间激光通信的测试系统[10]、OCT 扫描探测系统[11],以及共聚焦显微镜系统[12]中。

以往对双光楔折光特性的研究都是把双光楔看成2个分立的光学元件,逐一对它们进行光学分析,得到光的出射情况,这样的分析方法对仅有少量光楔组的系统来说是易行的。但是对于具有多个光楔组,如光楔阵列系统来说,其计算量无疑是巨大的。本文把双光楔作为整体来研究,简化了中间环节,使计算量大大减少。同时,本文对出射光扫描轨迹作出了分析,为扫描光线可控操作提供了进一步的研究。

1 双光楔对光波折射的分析

1.1 双光楔模型

对于光楔折射棱角α很小的情况,当光线的入射角很小时,出射角也很小,偏向角满足:

$$\delta=(n-1)\alpha \qquad (n\text{ 为光楔的折射率}) \tag{1}$$

如图1所示,双光楔(相隔一微小间隙)的折射棱角均为α,当两光楔主截面平行且同向放置时,如图1(a)和1(b)所示,所产生的偏向角最大(为两光楔偏向角之和);当一个光楔绕光轴旋转180°时,所产生的偏向角为零,如图1(c)所示。

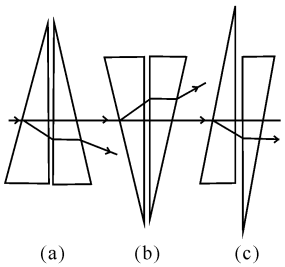

图1 双光楔的折射特性

Fig. 1 Refractive property of dual-wedge prism

当两光楔绕光轴相对旋转,即一个光楔逆时针方向旋转β角,另一个光楔顺时针方向旋转β角时,两光楔产生的总偏向角φ随角β而变,即

$$\varphi=2(n-1)\alpha\cdot\cos\beta \tag{2}$$

这样,就将光线经过双光楔所产生的微小偏向角φ与两光楔的旋转角β联系起来[13]。

建立图2所示的双光楔模型,以z轴为主光轴,圆柱面方程为$x^2+y^2=r^2$,分别以方程$\frac{x}{r}-\frac{z}{a}=1$,$\frac{x}{r}+\frac{z}{a}=1$的平面(图2阴影部)截圆柱体,选取两平面所夹部分为研究系统。系统关于x-y平面对称,由左右2个光楔构成,记左光楔为光楔1,右光楔为光楔2。两平面分别与z轴相交于P和Q两点,设这2点距原点O均为a,PQ长为$2a$。

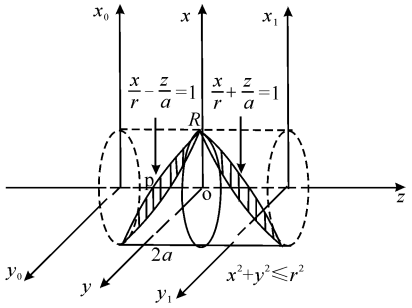

图2 双光楔数学模型

Fig. 2 Mathematic model of dual-wedge prism

取x_0-y_0面为入射面,由图2可知,$x^2+y^2\leqslant r^2$,$z=-2a$为入射范围。x_i-y_i面为出射面。x_0-y_0面和x_i-y_i面距离x-y平面均为$2a$。记图2所示位置为系统初始位置,以此模型研究双光楔对光波的折射性质。

1.2 旋转双光楔的位相变换函数

由于光楔的厚度很薄,所以光线入射光楔时,可认为入射点与出射点在x-y平面具有相同的坐标,设为(x,y)。显然,双光楔的厚度随(x,y)变化,以$\Delta(x,y)$表示双光楔的厚度函数[14]。沿$-z$方向看,光楔1绕z轴以角速度ω_0逆时针匀速旋转,光楔2绕z轴以角速度ω_1顺时针匀速旋转;那么经过时间t光楔1逆时针转过的角度$u=\omega_0 t$,光楔2顺时针转过的角度$v=\omega_1 t$。

如图3所示,平面$\frac{x}{r}-\frac{z}{a}=1$绕$z$轴逆时针旋转$u$角后,方程变为$\frac{x\cos u+y\sin u}{r}-\frac{z}{a}=1$;平面$\frac{x}{r}+\frac{z}{a}=1$绕$z$轴顺时针旋转$v$角度后,方程变为$\frac{x\cos v-y\sin v}{r}+\frac{z}{a}=1$。设光线依次经过$Q_0$,$C(x,y,z_c)$,$D(x,y,z_d)$和$Q_1$。$C$,$D$分别在$\frac{x\cos u+y\sin u}{r}-\frac{z}{a}=1$和$\frac{x\cos v-y\sin v}{r}+\frac{z}{a}=1$平面上。那么:

$$z_C=\frac{ax\cos u+ay\sin u}{r}-a \tag{3}$$

$$z_D=a-\frac{ax\cos v-ay\sin v}{r} \tag{4}$$

由$\Delta(x,y)=z_D-z_C$,则有:

$$\Delta(x,y)=2a-\frac{ax}{r}(\cos u+\cos v)+\frac{ay}{r}(\sin v-\sin u) \tag{5}$$

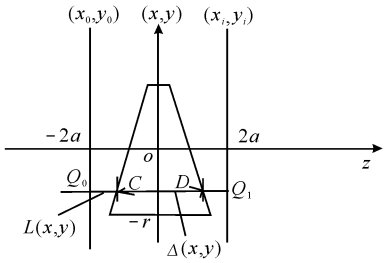

图3　双光楔厚度函数的几何分析

Fig. 3　Geometric analysis of thickness function of dual-wedge prism

以$L(x,y)$表示光波在x_0-y_0面上入射点Q_0与x_i-y_i面上出射点Q_1之间所经历的光程。$L(x,y)$包括光楔内部光程$n\Delta(x,y)$和紧贴光楔前后平面之间空气的光程$[4a-\Delta(x,y)]$两部分,即

$$L(x,y)=n\Delta(x,y)+[4a-\Delta(x,y)] \tag{6}$$

根据光程函数$L(x,y)$可以导出双光楔位相变换函数。以$\xi(x,y)$表示光波经入射面和出射面后的位相差,则有:

$$\xi(x,y)=kL(x,y) \tag{7}$$

式中k表示光波的波数。双光楔系统的位相变换函数$t_1(x,y)=\exp[\mathrm{j}\xi(x,y)]$。由(4)~(6)式,并忽略常数项,双光楔系统的位相变换函数可表示为

$$t(x,y)=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k(\Psi_0 x+\varphi_0 y)} \tag{8}$$

式中:$\Psi_0=(n-1)(\cos u+\cos v)a/r$;$\varphi_0=(n-1)\cdot(\sin u-\sin v)a/r$。

上式说明光波经该双光楔引起位相的变化与经过一个折射棱角为$2a\cos[(u+v)/2]/r$且x-z面到主截面夹角为$(u-v)/2$的光楔引起位相变化的效果是一样的;也就是说分别沿逆、顺时针旋转u、v角的双光楔系统等效为一个折射棱角为$2\alpha\cos[(u+v)/2]$且主截面也发生旋转的光楔,其中$\alpha\approx a/r$。

2　双光楔的夫琅和费衍射

设平行于z轴单位振幅的单色光波垂直入射双光楔,入射面光波复振幅为$U_0(x,y)=1$,出射面光波复振幅$U_1(x,y)=U_0(x,y)t(x,y)=\exp[-\mathrm{j}k(\Psi_0 x+\varphi_0 y)]$,如图4所示。光楔很薄,可认为$x_0$-$y_0$,$x$-$y$,$x_i$-$y_i$平面重合。下面讨论夫琅和费衍射像平面上任一点$P(x_m,y_m)$的复振幅和光强表达式。

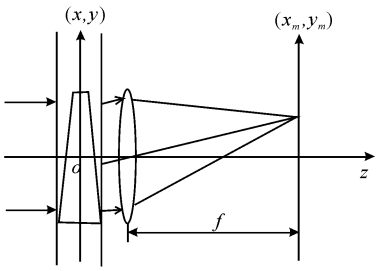

图4　双光楔的夫琅和费衍射

Fig. 4　Fraunhofer diffraction of dual-wedge prism

通常情况下采用图4所示的系统作为夫琅和费衍射装置。光楔紧贴凸透镜的前表面放置,在透镜的后焦面x_m-y_m上观察光楔的夫琅和费衍射[13]。根据夫琅和费衍射公式[13]:

$$U(x_m,y_m)=\frac{\exp(\mathrm{j}kf)}{\mathrm{j}\lambda f}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{k}{2f}(x_m^2+y_m^2)}\iint_{\sum}U_1(x,y)\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{k}{f}(x_m x+y_m y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{9}$$

式中:$U_1(x,y)$表示衍射屏(x,y)点处的复振幅;$U(x_m,y_m)$表示观察屏(x_m,y_m)点处复振幅;f为凸透镜焦距。令$\Psi=f\Psi_0$,$\Phi=f\varphi_0$,将$U_1(x,y)=\exp[-\mathrm{j}k(\Psi_0 x+\varphi_0 y)]$代入(8)式得到:

$$U(x_m,y_m)=\frac{\exp(\mathrm{j}kf)}{\mathrm{j}\lambda f}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{k}{2f}(x_m^2+y_m^2)}\iint_{\sum}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{k}{f}[(x_m+\Psi)x+(y_m+\varphi)y]}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{10}$$

设$x_m+\Psi=\rho\cos\theta$,$y_m+\varphi=\rho\sin\theta$;$x=\rho_0\cos\theta_0$,$y=\rho_0\sin\theta_0$,$\mu=\rho/f$,(9)式积分前面的因子$\frac{\exp(\mathrm{j}kf)}{\mathrm{j}\lambda f}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{k}{2f}(x_m^2+y_m^2)}$对像面上复振幅的相位有调制作用,但对光强没有影响,记为A。则(9)式变为

$$U(\rho,\theta)=A\int_0^r\rho_0\mathrm{d}\rho_0\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\rho_0\mu\cos(\theta_0-\theta)\mathrm{d}\theta_0} \tag{11}$$

圆对称情况下,(10)式积分的结果与方位角θ无关,可令$\theta=0$,根据贝塞尔函数性质[13]:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\rho_0\mu\cos\theta_0}\mathrm{d}\theta_0=J_0(k\rho_0\mu)$$

式中$J_0(k\rho_0\mu)$是零阶贝塞尔函数,于是(11)式积分为

$$U(P)=2\pi A'\int_0^r J_0(k\rho_0\mu)\rho_0\mathrm{d}\rho_0=\pi r^2A'\frac{2J_1(kr\mu)}{kr\mu} \tag{12}$$

因此,像面上光强的表达式为

$$I = (\pi r^2)^2 |A'|^2 \left[\frac{2J_1(kr\mu)}{kr\mu}\right]^2 \tag{13}$$

上式说明 P 点的光强与它对应的衍射角 μ 有关,由于 $\mu = \rho/f$,ρ 相等之处光强相等,也就是说衍射图样是以$(-\Psi, -\Phi)$为圆心的圆环。圆环中央是一个亮斑,这一亮斑称为艾里斑,光能绝大部分集中在中央亮斑内。由于光波波长远小于光楔孔径,故艾里斑半径很小。光斑坐标为$(-\Psi, -\Phi)$:

$$\Psi = f\Psi_0 = \frac{fa(n-1)(\cos u + \cos v)}{r} \tag{14a}$$

$$\Phi = f\varphi_0 = \frac{fa(n-1)(\sin u - \sin v)}{r} \tag{14b}$$

式中:$u = \omega_0 t$;$v = \omega_1 t$。可见光斑的位置由 ω_0、ω_1 和时间 t 决定。对于确定的 ω_0 和 ω_1,消去时间 t 可得到 $F(-\Psi, -\Phi) = 0$,它是光斑在像平面 x_m-y_m 上的轨迹方程。由于初始位置是图 2 所示位置,因此该曲线一定过点 $P_0(-2fa(n-1)/r, 0)$,对于不需经过该点的扫描,可以先把系统整体旋转一定角度。可见相对匀速旋转双光楔可使光斑在像面上移动,从而达到二维扫描的目的。

3 以随时间变化的角速度旋转

上面讨论的是以恒定的角速度 ω_0 和 ω_1 转动的情况,下面推广到一般的情况。如果角速度随时间变化,那么只需将 ω_0 和 ω_1 分别换成 $\omega_0(t)$ 和 $\omega_1(t)$;将 $u = \omega_0 t$ 和 $v = \omega_1 t$ 分别换成:

$$u(t) = \int_0^t \omega_0(\xi)\mathrm{d}\xi,\ v(t) = \int_0^t \omega_1(\xi)\mathrm{d}\xi$$

因为 t 时刻像平面上光斑的位置只和该时刻光楔 1 光楔 2 旋转的角度有关,所以:

$$\Psi = \frac{fa(n-1)}{r}\left[\cos\left(\int_0^t \omega_0(\xi)\mathrm{d}\xi\right) + \cos\left(\int_0^t \omega_1(\xi)\mathrm{d}\xi\right)\right] \tag{15a}$$

$$\Phi = \frac{fa(n-1)}{r}\left[\sin\left(\int_0^t \omega_0(\xi)\mathrm{d}\xi\right) - \sin\left(\int_0^t \omega_1(\xi)\mathrm{d}\xi\right)\right] \tag{15b}$$

通过上述等式消去时间参数 t 可得到 Ψ 和 Φ 的关系式 $F(-\Psi, -\Phi) = 0$,求解得到像平面上光斑的轨迹。下面用 2 个计算得到的扫描图像加以说明。

取 $\omega_0(t) = c_0\cos t$,$\omega_1(t) = c_1$,则有:

$$-\Psi = \frac{-fa(n-1)}{r}[\cos(c_0\sin t) + \cos(c_1 t)] \tag{16a}$$

$$-\Phi = \frac{-fa(n-1)}{r}[\sin(c_0\sin t) - \sin(c_1 t)] \tag{16b}$$

对于一定的双光楔衍射系统,$fa(n-1)/r$ 是常数,改变 $fa(n-1)/r$ 的大小可以使光斑的运动轨迹成比例地增大或缩小。下面设 $fa(n-1)/r = 1$,画出了 $c_0 = 1$,$c_1 = 1$ 和 $c_0 = 3$,$c_1 = 2$ 时 $F(-\Psi, -\Phi) = 0$ 的图 5 和图 6。

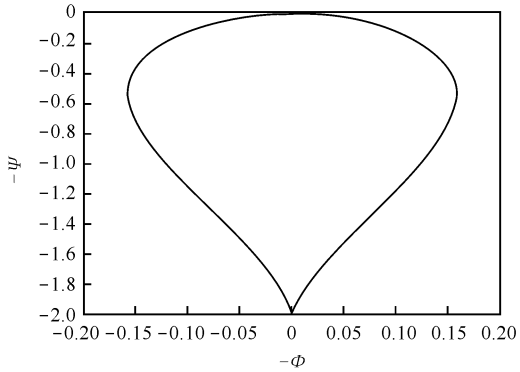

图 5 $c_0 = 1$,$c_1 = 1$ 时光斑扫描轨迹

Fig. 5 Scanning trace of refractive light spots when $c_0 = 1$, $c_1 = 1$

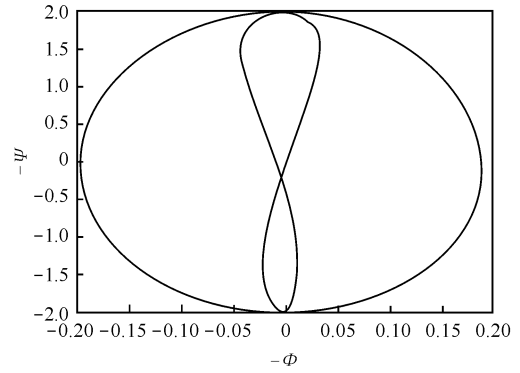

图 6 $c_0 = 3$,$c_1 = 2$ 时光斑扫描轨迹

Fig. 6 Scanning trace of refractive light spots when $c_0 = 3$, $c_1 = 2$

4 双光楔旋转的实现方法

旋转双光楔系统的结构如图 7 所示,由计算机组成的控制系统控制电动机的精确旋转。在计算机中输入旋转光楔角的速度 $\omega_0(t)$ 和 $\omega_1(t)$,使出射光线按预定的角度和方向出射,角度传感器对光楔的转动情况进行角度显示和跟踪,通过设计程序实现数据的计算和处理。

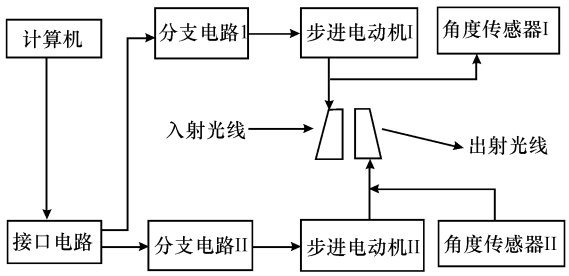

图7　旋转双光楔控制系统结构[6]

Fig. 7　System configuration of rotatable dual-wedge prism

5　结论

通过对旋转双光楔系统位相变换函数的分析得到,绕固定轴以不同角速度旋转的2个光楔可等效为一个单光楔,等效单光楔的折射棱角和主截面与2个光楔旋转的角度有对应的关系。将双光楔系统作为衍射屏,结合夫琅和费衍射,分析得到旋转2个光楔可以控制衍射光斑在像面上移动的轨迹,从而实现二维扫描。选择不同的旋转角速度,可得到光斑在像面上不同的运动轨迹;反过来,也可以根据已知的轨迹图形来选择旋转速度,从而达到按需扫描的效果。

参考文献:

[1] 胡玉禧,安连生. 应用光学[M]. 安徽:中国科学技术大学出版社,1996.
HU Yu-xi, AN Lian-sheng. Applied optics [M]. Anhui: University of Science and Technology of China Press, 1996. (in Chinese)

[2] 徐惠真,邱怡申,徐斌. 改善外腔半导体激光器调谐特性的新方法[J]. 应用光学, 2008,29(6):975-977.
XU Hui-zhen, QIU Yi-shen, XU Bin. Wavelength tuning characteristic improvment of extermal cavity diode lasers[J]. Journal of Applied Optics , 2008, 29(6):975-977. (in Chinese with an English abstract)

[3] MAO Wen-wei. Error and adjustment of reflecting prisms[J]. Optical Engineering, 1997, 36(12): 3367-3371.

[4] HARIHARAN P. Optical holography[M]. US: Cambridge University Press, 1986.

[5] 刘忠永,蔡邦维,吕百达. 用正交光楔列阵获得连续可调的均匀方形光斑[J]. 中国激光, 1996, A23(8): 702-706.
LIU Zhong-yong, CAI Bang-wei, Lü Bai-da. Perpendicular segmented wedge arrays used to obtain a uniform square focus spot of continuously variablesize[J]. Chinese J. Lasers, 1996, A23(8): 702-706. (in Chinese with an English abstrct)

[6] 贺磊,袁家虎,李展,等. 双光楔高精度角度发生器设计[J]. 光电工程, 2002, 29(6): 46-49.
HE Lei, YUAN Jia-hu, LI Zhan, et al. Design of high-precision angle generator with double optical wedges [J]. Opto-Electronic Engineering, 2002, 29(6): 46-49. (in Chinese with an English abstrct)

[7] ROSELL F. Prism scanner[J]. Journal of the Optical Society of America, 1960, 50(6): 521-526.

[8] WOLFE W, ZISSIS G. The infrared handbook[M]. [S. l.]: Office of Naval Research, Department of the Navy, 1978.

[9] AMIRAULT C T, DIMARZIO C A. Precision pointing using a dual-wedge scanner [J]. Applied Optics, 1985, 24(9): 1302-1308.

[10] LI A, LIU L, SUN J, et al. Double-prism scanner for testing tracking performance of inter-satellite laser communication terminals [J]. SPIE, 2006, 6304: 6304-1R.

[11] WU J, CONRY M, GU C, et al. Paired-angle-rotation scanning optical coherence tomography forward-imaging probe[J]. Opt. Lett. , 2006, 31(9): 1265-1267.

[12] WILLIAM C, WARGER I I, GUERRERA S A, et al. Efficient confocal microscopy with a dual-wedge scanner[J]. SPIE, 2009, 7184: 7184M-11.

[13] 郁道银,谈恒英. 工程光学[M]. 第二版. 北京:机械工业出版社. 2008.
YU Dao-yin, TAN Heng-ying. Engineering optics [M]. 2nd ed. Beijing: China Machine Press, 2008. (in Chinese)

[14] 梁瑞生,吕晓旭. 信息光学[M]. 第二版. 北京:电子工业出版社. 2008.
LIANG Rui-sheng, Lü Xiao-xu. Information Optics [M]. 2nd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008. (in Chinese)