文章编号：1002-2082(2009)04-0585-05

基于DLT模型的摄像机标定简化方法

赵高长[1]，武风波[2]，周 彬[1]，杨忠民[3]，乔宝明[1]
(1. 西安科技大学 理学院，陕西 西安 710054；2. 西安科技大学 通信与信息工程学院，
陕西 西安 710054；3. 西安科技大学 期刊中心，陕西 西安 710054)

摘 要：在忽略摄像机镜头畸变误差的情况下，通过建立像坐标系与物坐标系，利用DLT模型，结合最优化算法的标定方法和两步法，由于在物坐标系中平面物体的任意一点在Z轴上的分量为0，减少变量数至5个，从而推导出一种简化的摄像机标定方法。借助实例，在文中建立的2个命题的基础上，通过对圆的切线、切线交点及所成像的几何关系确定的的坐标进行参数求解，得到确定模型的二维像和三维像。此外，考虑到更为一般的情况，引入畸变误差（径向误差），对模型先忽略误差项，得到初始参数值，然后利用迭代方法求解。

关键词：DLT模型；摄像机标定；畸变误差；正交变换
中图分类号：TN911.7；TB835.1 **文献标志码**：A

Simplified method to calibrate cameras based on DLT model

ZHAO Gao-chang[1], WU Feng-bo[2], ZHOU Bin[1], YANG Zhong-min[3], QIAO Bao-ming[1]
(1. College of Science, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China;
2. School of Electricol Engineering, Xi'an University of Science & Technology, Xi'an 710054, China;
3. Journal Center, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: In the case of neglecting the distortion error of the camera lens, the simplified method to calibrate cameras was deduced by establishing the proper coordinate systems, utilizing DLT mode, combining the optimization algorithm calibration method and two-step method, and decreasing the variable number to five. By the aid of a example, the parameters were solved with the tangent line of a circle, the intersection point of tangent and the coordinates defined by the geometrical relationship of the image based on two propositions proposed in the paper. The numerical example shows that the method has less computation and high accuracy.

Key words: DLT model; camera calibration; distortion error; orthogonal transform

引言

计算机视觉的基本任务之一是从摄像机获取的图像信息出发计算三维空间中物体的几何信息，并由此重建和识别物体，而空间物体表面某点的三维几何位置与其在图像中对应点之间的相互关系是由摄像机成像的几何模型决定的，这些几何模型参数就是摄像机参数。在大多数条件下这些参数必须通过实验与计算才能得到，这个过程被称为摄像机标定[1]。摄像机标定在摄影测量学，交通监管（电子警察）等方面有着非常广泛的应用[2]。

从建立模型求解系统参数的角度上来说，传统的摄像机标定方法可以分为利用最优化算法的标定方法、利用摄像机变换矩阵的标定方法、进一步考虑畸变误差的两步法和采用更为合理的摄像机成像模型的双平面标定方法等等[3]。随着最优化理论和光学应用理论的发展，各种新的标定方法层出不穷[4-5]。

直接线性变换(direct linear transforma-tion)

收稿日期：2009-01-12； **修回日期**：2009-04-10
作者简介：赵高长(1965－)，男，陕西大荔人，副教授，主要从事数学教学与算法研究。E-mail：zgc_xa1965@sina.com

模型(简称DLT模型)是Abdel-Aziz Y I和Karara H M首先于1971年提出的[6],通过求解线性方程的手段就可以求得摄像机参数。然而这种方法没有考虑摄像机成像过程中的非线性畸变问题,需要利用非线性优化算法或者引入畸变误差等方法来进行修正。

本文将在DLT模型基础上,结合利用最优化算法的标定方法和两步法,建立一种摄像机标定的简化方法。

1　问题分析

现有某平面物体结构如图1a所示。A、C、D、E是边长为100 mm的正方形四个顶点,B在AC上且距离A点30 mm,各圆半径均为12 mm。通过待标定的摄像机得到分辨率为(3.78个像素单位约为1 mm)的像片如图1b所示。该摄像机的像距(即光心到像平面的距离)是417.195 8 mm。

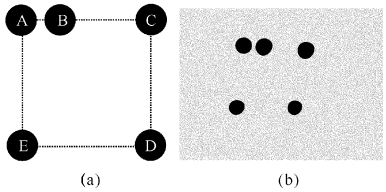

图1　平面物体及其在待标定摄像机中的像

Fig. 1　Plane object and its image in the camera to be calibrated

对于物体中的点,以固定参数通过透镜成像原理投影于像平面,与之等价的是小孔成像原理。如无特殊说明,本文均以后者进行讨论。众所周知,光心O发出的光线同时经过物体上的特征点P和该点在底片(相片)上所成的像点p。DLT模型就是根据这个简单而又深刻的几何原理,并借助于线性代数、射影几何、最优化理论等建立起的。

实际的成像过程极为复杂,影响投影正确性的因素众多[7]。为便于讨论,首先作如下假设:

1) 拍摄环境理想,不考虑空气折射;

2) 光学信号转换为计算机信号时无误差;

3) 靶标的像所在平面与摄像机镜头主轴平行且其中心位于摄像机镜头主轴上;

4) 摄像机镜头是理想的,无设计缺陷以及其他人为误差。

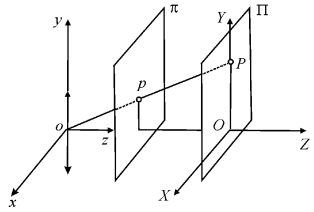

图2　像坐标系与物坐标系

Fig. 2　Coordinate systems for image and object

于是,以摄像机镜头光心为坐标系原点,xoy平面平行于像平面建立像坐标系o-xyz,取物体所在一侧为z轴正向,与平面物体的像的"上侧"垂直的方向为y轴且"上侧"所在一侧为正向;以平面物体中心为原点O,所在平面为OXY平面建立物坐标系O-XYZ,取摄像机镜头所在一侧为Z轴负向,与平面物体的"上侧"垂直的方向为Y轴且"上侧"所在一侧为正向,如图2所示。2个坐标系同时存在,为区别起见,把某一点在o-xyz中的坐标值称为该点的"像坐标",在O-XYZ中的坐标值称为该点的"物坐标"。

对于成像过程物体中某点P所成的像为p点,不妨设P的物坐标为(X,Y,Z),像坐标为(x,y,z),p的像坐标为(u,v,w)。由于坐标系o-xyz可以由坐标系O-XYZ通过旋转变换和平移变换得到。若记O点的像坐标为(X_0,Y_0,Z_0),则借助于$\varphi\omega\kappa$三转角表示[8],可以得到线性变换T

$$(x\ y\ z)^{\mathrm{T}}=T(X\ Y\ Z)^{\mathrm{T}}=R(X\ Y\ Z)^{\mathrm{T}}+R_0 \tag{1}$$

其中:

$$R=\begin{pmatrix}\cos\omega\cos\kappa & \cos\omega\sin\kappa & -\sin\omega\\ \sin\varphi\sin\omega\cos\kappa-\cos\varphi\sin\kappa & \sin\varphi\sin\omega\cos\kappa+\cos\varphi\cos\kappa & \sin\varphi\cos\omega\\ \cos\varphi\sin\omega\cos\kappa-\sin\varphi\sin\kappa & \cos\varphi\sin\omega\sin\kappa-\sin\varphi\sin\kappa & \cos\varphi\cos\omega\end{pmatrix} \tag{2}$$

$$R_0=(X_0\quad Y_0\quad Z_0)^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

另外还存在比例关系

$$\begin{cases}u=w\dfrac{x}{z}\\ v=w\dfrac{y}{z}\end{cases} \tag{4}$$

对于点p的像坐标(u,v,w)(通常为长度单位,如mm)和计算机坐标(u',v',w')(通常为像素单位)之间存在一个比例关系,1 mm为k像素单位(k约为3.78)。故满足关系式

$$\begin{cases}\dfrac{u'}{k}=u\\ \dfrac{v'}{k}=v\end{cases} \tag{5}$$

2　不考虑畸变误差的DLT模型

综合以上分析过程,改写(4)式和(5)式为矩阵形式[9]:

$$\begin{cases}z(u\ v)^{\mathrm{T}}=\begin{pmatrix}w & 0 & 0\\ 0 & w & 0\end{pmatrix}(x\ y\ z)^{\mathrm{T}}\\ (u'\ v')=k(u\ v)^{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{6}$$

(1)式具有等价形式

$$(x\ y\ z)^{T}=\mathrm{T}(X\ Y\ Z)=(R\ R_0)(X\ Y\ Z\ l)^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

若记$R=(r_{ij})$,$0\leqslant i,j\leqslant 3$,则点$P$的物坐标$(X\ Y\ Z)$与点$p$的计算机坐标$(u',v',w')$之间的变换关系,可以由如下不考虑畸变误差的DLT模型确定:

$$z(u'\ v')=k\begin{pmatrix}w & 0 & 0\\ 0 & w & 0\end{pmatrix}(R\ R_0)(X\ Y\ Z\ l)^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

消去z、k、w,得到:

$$(v'X\ \ v'Y\ \ v'Z\ \ v'\ \ -u'X\ \ -u'Y\ \ -u'Z)L=u' \tag{9}$$

其中$L=(r_{11}\ \ r_{12}\ \ r_{13}\ \ x_0\ \ r_{21}\ \ r_{22}\ \ r_{23})^{\mathrm{T}}/Y_0$。

3　模型简化及求解

下面利用前文给定成像信息(见图2),简化模型(8)并求解待定参数L。

原则上模型(8)需要7个对应关系才能求解,但是在本文所建立的物坐标系中,该平面物体的任意一点在Z轴上的分量为0,故由(8)式得到如下简化模型:

$$(v'X\ \ v'Y\ \ v'\ \ -u'X\ \ -u'Y)L^{*}=u' \tag{10}$$

其中$L^{*}=(r_{11}\ \ r_{12}\ \ X_0\ \ r_{21}\ \ r_{22})^{\mathrm{T}}/Y_0$。

如前可得,平面物体中各圆心的物坐标为$A(-50,50,0)$、$B(-20,50,0)$、$C(50,50,0)$、$D(50,-50,0)$和$E(-50,-50,0)$,圆内(包括圆周)所有点的物坐标集为$\{P(X,Y,Z)\}$。对于图1(b)所示的像,利用图像处理中的边缘检测算法也可得到上述点P所成像点的计算机坐标集为$\{p(u',v',w')\}$。进一步分析发现,虽然确定2个集合之间所有元素的对应关系是困难的,但是只要能够确定足够多的对应关系,仍然能够用于求解简化模型(10)中的待定参数。为此,先给出2个重要命题。

命题1　若物点P_1,P_2和P_3共线,则经由线性变换之后所成的各像点共线。

命题2　若两线段L_1和L_2交于点Q,则经由线性变换之后所成的像线段交于点Q的像点。

证明:过程略,可参考相关线性代数文献和几何文献[10]等。对图2a,作和各圆相切的直线段L_1、L_2、L_3、L_4两两交于P_1、P_2、P_3、P_4,如图3a所示。则由命题1和命题2可知,它们经由DLT模型所成的像l_1、l_2、l_3、l_4依然满足原相切关系,且两两交于P_1、P_2、P_3、P_4的像点p_1、p_2、p_3、p_4,如图3b所示。

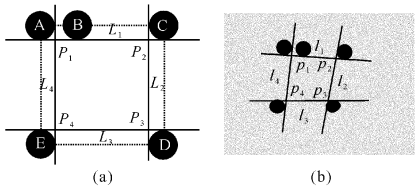

图3　圆的切线、切线交点及所成的像

Fig. 3　Tangent lines of circles, their intersection points and images

对于点P_1、P_2、P_3、P_4的物坐标,可以直接计算得到,而对于点p_1、p_2、p_3、p_4的计算机坐标需要利用图像检测和匹配算法得到l_1、l_2、l_3、l_4方程后计算得到。当然这里所确定的4组对应关系,用以求解模型(8)是不够的。但是类似这个过程,通过这些圆的其他切线交点,还可以找到更多的对应关系,如图4所示,不再赘述。

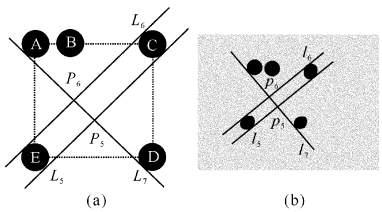

图4　圆的其他切线、切线交点及所成的像

Fig. 4　Other tangent lines of circles, their intersection points and images

至此,求解DLT模型的系数所需的对应关系能够得到。这个过程中切线方程的计算至关重要。表1是得到的对应关系数据(由于平面物体位于坐标平面XOY,故省略Z坐标分量)。

表1　对应点及其坐标

Table 1　Corresponding points and their coordinates

物点	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
XY坐标(mm)	(−38,38)	(38,38)	(38,−38)	(−38,−38)	(0,16.97)	(−16.97,0)
像点	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
计算机坐标(Pixel)	(−154,151)	(82,135)	(41,−83)	(−185,−81)	(−58,−26)	(−104,29)

将表1中的对应坐标代入,建立如下超定方程组:

$$\begin{pmatrix} -5\,738 & 5\,738 & 151 & -5\,825\,2 & 5\,852 \\ 5\,130 & 5\,130 & 35 & -3\,116 & -3\,116 \\ -3\,154 & 3\,154 & -83 & -1\,558 & 1\,558 \\ 3\,078 & 3\,078 & -81 & -7\,030 & -7\,030 \\ 0 & 441.2 & -26 & 0 & -984.3 \\ -492.1 & 0 & 29 & -1\,764 & 0 \end{pmatrix} L^* = \begin{pmatrix} -154 \\ 82 \\ 41 \\ -185 \\ -58 \\ -104 \end{pmatrix} \tag{11}$$

方程个数多于未知数个数,采用最小二乘法求解得到:

$$L^* = (0.130\,1 \quad 0.013\,3 \quad -2.294\,1 \quad -0.015\,1 \quad 0.125\,5)^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

即 $R = Y_0 \begin{pmatrix} 0.130\,0 & 0.013\,3 & r_{13}/Y_0 \\ -0.015\,1 & 0.125\,5 & r_{23}/Y_0 \\ r_{31}/Y_0 & r_{32}/Y_0 & r_{33}/Y_0 \end{pmatrix}$

为求解 r_{13}/Y_0 和 r_{32}/Y_0,利用 R 的正交性建立方程组

$$\begin{cases} r_{11}^2 + r_{12}^2 + (r_{13}/Y_0)^2 = r_{21}^2 + r_{22}^2 + (r_{23}/Y_0)^2 \\ r_{11} \cdot r_{21} + r_{12} \cdot r_{22} + (r_{13}/Y_0) = 0 \end{cases} \tag{13}$$

同理也可建立关于 r_{31}/Y_0 和 r_{32}/Y_0 的方程组。由 r_{33}/Y_0 进一步计算,再借助于正交矩阵单位性得到 Y_0 的值。

对于 X_0,由(12)式的求解结果中 $X_0/Y_0 = -2.294\,1$可得。对于Z_0,存在比例关系 $dis/Z = d_0/D_0$,其中 dis 为摄像机像距,D_0 是靶标中心 O 到主光轴(即像坐标系z 轴)的距离$X_0^2+Y_0^2$,d_0 是平面物体中心 O 的像 o^*(注意:并非像平面中心 o)到主光轴的距离$x_0^2+y_0^2$。由命题2 可知p_1p_3、p_2p_4 交点即为 o^*,如图5 所示,其计算机坐标为(−50,26)。

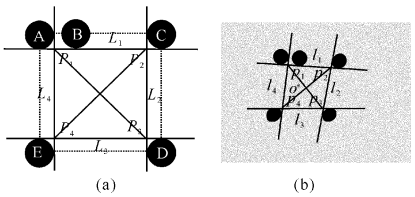

图5　平面物体中心O及其所成的像o^*

Fig. 5　Center of plane object and image

综合以上内容得到

$$R = \begin{pmatrix} -0.992\,8 & -0.101\,6 & 0.063\,2 \\ 0.114\,9 & -0.957\,5 & -0.264\,5 \\ -0.033\,6 & 0.269\,8 & -0.962\,3 \end{pmatrix}$$

$$R_0 = \begin{pmatrix} 17.504\,0 \\ -7.630\,0 \\ -141.355\,5 \end{pmatrix}$$

或

$$R = \begin{pmatrix} -0.993\,7 & -0.101\,7 & 0.063\,2 \\ 0.115\,0 & -0.958\,4 & -0.264\,7 \\ -0.033\,6 & 0.270\,1 & -0.960\,4 \end{pmatrix}$$

$$R_0 = \begin{pmatrix} 17.520\,1 \\ -7.637\,0 \\ -141.485\,3 \end{pmatrix}$$

两者所确定模型的二维成像、三维成像分别如图6和图7所示。

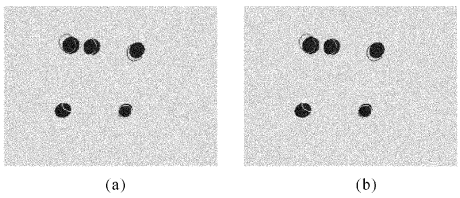

图6　本文方法标定的摄像机二维成像

Fig. 6　2-D hologram of camera calibrated by our method

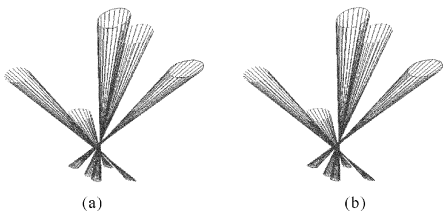

图7　本文方法标定的摄像机三维成像

Fig. 7　3-D hologram of camera calibrated by our method

4　具有径向畸变误差的改进模型

在一般情况下,假设(5)式不成立,镜头畸变误差存在,原模型不能满足精度要求,需改进原DLT模型。下面仅以透镜的径向畸变误差[7]为例进行讨论。

沿用前述坐标系,镜头的径向畸变误差为

$$(\Delta x \quad \Delta y)^{\mathrm{T}} = \sum_{i=1}^{N} k_i r^{2i} (x \quad y)^{\mathrm{T}} \tag{14}$$

式中:k_i 为畸变参数,该误差向量关于主光轴对称;N 为确定整数,可以取 $N=2$。由此引起的像坐标误差为

$$(\Delta u' \quad \Delta v')^{T} = \sum_{i=1}^{N} k_i r^{2i} (x' \quad y')^{\mathrm{T}} \tag{15}$$

重复前文模型分析与建立过程,得到改进后的模型为

$$z(u' \quad v')^{T} + (\Delta u' \quad \Delta v')^{\mathrm{T}} = k \begin{pmatrix} w & 0 & 0 \\ 0 & w & 0 \end{pmatrix} (R \quad R_0)(X \quad Y \quad Z \quad 1)^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

对于此模型,可以先忽略误差项,得到初始参数值,然后利用迭代方法求解。当实际中还存在其他误差时,同样可以作类似处理。

5 结论

通过以上分析,建立了不考虑摄像机镜头畸变误差的DLT模型。传统DLT模型中的变量较多为7个,建立特殊的物坐标系后将变量数减少至5个,从而可以通过较少的对应关系来进行求解。主要方法如下:

1) 对不考虑镜头畸变误差的DLT模型进行简化;

2) 在简化的DLT模型基础上,给出2个投影相关的命题,并据此完成求解;

3) 引入镜头畸变误差,对DLT模型进行改进。

在DLT模型的求解过程中,对应关系的确定是关键,如何选取合适的对应关系,提高DLT模型的求解精度,以及具有畸变误差的DLT模型的精确求解,稳定性等问题则有待于作者进一步的研究。

参考文献:

[1] 罗翔,席文明,颜景平.一种双目主动立体视觉系统的目标定位算法[J].东南大学学报:自然科学版,2002,32(1):59-63.
LUO Xiang, XI Wen-ming, YAN Jing-ping. Scheme of target 3D point positioning for binocular active stereo visual system[J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition, 2002, 32(1): 59-63. (in Chinese with an English abstract)

[2] 马颂德,张正友.计算机视觉[M].北京:科学出版社,2002.
MA Song-de, Zhang Zheng-you. Computer vision [M]. Beijing: Science Press, 2002. (in Chinese)

[3] 傅丹,李立春,徐一丹,等.基于直线的射影不变性和极线约束标定摄像机参数[J].应用光学,2008,29(2):192-197.
FU Dan, LI Li-chun, XU Yi-dan, et al. Self-calibration of camera parameters by image pair based on projective invariance of lines [J]. Journal of Applied Optics, 2008, 29(2): 192-197. (in Chinese with an English abstract)

[4] 邱茂林,马颂德,李毅.计算机视觉中摄像机定标综述[J].自动化学报,2000,26(1):43-55.
QIU Mao-lin, MA Song-de, LI yi. Over view for camera calibration in computer vision [J]. Acta Automatica Sinica, 2000, 26(1): 43-55. (in Chinese with an English abstract)

[5] 张备伟,吴福朝.基于圆曲线的摄像机自定标[J].模式识别与人工智能,2001,14(2):135-139.
ZHANG Bei-wei, WU Fu-chao. Self-calibration of camera based on round curves [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2001, 14(2): 135-139. (in Chinese with an English abstract)

[6] ABDEL-AZIZ Y I, KARARA H M. Direct linear transformation from comparator coordinates into object space coordinates in close-range photogrammetry [C] // Proceedings of the Symposium on Close-Range Photogrammetry, Falls Church, VA: American Society of Photogrammetry, 1971: 1-18.

[7] 魏振忠,张广军.视觉检测中椭圆中心成像畸变误差模型研究[J].北京航空航天大学报,2003,29(2):140-143.
WEI Zhen-zhong, ZHANG Guang-jun. Distortion error model of image of ellipse center in 3D visual inspection [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(2): 140-143. (in Chinese with an English abstract)

[8] 王之卓.摄影测量原理[M].武汉:武汉大学出版社,2007.
WANG Zhi-zhuo. Theory of photogrammetry[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2007. (in Chinese)

[9] ZHANG Zhen-you. Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations [J]. IEEE of the International Conference on Computer Vision, 1999, 1: 666-673.

[10] 程久平.画法几何学[M].合肥:中国科学技术大学出版社,2006.
CHEN Jiu-ping. Descriptive geometry [M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2006. (in Chinese)